

Научная статья  
УДК 532.59+556.556.4  
EDN SNXXDY

## **Резонансные свойства акваторий севастопольских бухт (Черное море) по результатам математического моделирования**

**Ю. В. Манилюк\*, А. Ю. Белоконь, А. В. Багаев,  
Ю. Ю. Юровский, Д. И. Лазоренко**

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

\* e-mail: uvmsev@yandex.ru

### **Аннотация**

В рамках линейного приближения теории длинных волн на основе гидродинамической численной модели *ADCIRC* исследуются резонансные свойства акваторий севастопольских бухт: Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Двойной, включающей в себя б. Казачью и Соленую. Расчеты проведены для акватории каждой бухты отдельно на основе численных экспериментов. На первом этапе моделирования возбуждаются волны в акваториях бухт с помощью задания на жидкой границе, находящейся у входа в бухту, возмущения типа «красный шум». На втором этапе рассчитываются свободные колебания с условием свободного прохождения на жидкой границе. С использованием спектрального анализа установлены резонансные периоды указанных бухт и пространственное распределение спектральной плотности колебаний уровня в их акваториях для отдельных собственных мод. Большинство выделенных резонансных периодов для севастопольских бухт удовлетворительно согласуются с аналитическими оценками. Использование при моделировании данных батиметрии и профиля береговой черты, приближенных к реальным, позволило получить для всех рассмотренных бухт дополнительные резонансные периоды, которые нельзя получить при аналитических оценках. В б. Двойной, включающей в себя б. Казачью и Соленую, выявлено расширение спектрального состава резонансных мод, возникающее из-за связи этих бухт через их входы. Анализ пространственного распределения спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Двойной показал, что максимальные значения спектральной плотности возникают в основном в вершинах бухт. В б. Двойной максимальные значения спектральной плотности проявляются в восточном или западном рукавах (б. Казачья или Соленая соответственно) в зависимости от того, к какому из рукавов относится собственный период. Полученные здесь результаты могут быть использованы при проектировании размещения гидротехнических сооружений, развитии марикультуры, планировании выпусков сточных вод и т. п.

**Ключевые слова:** сейшевые колебания, сейши, севастопольские бухты, модель *ADCIRC*, математическое моделирование

© Манилюк Ю. В., Белоконь А. Ю., Багаев А. В., Юровский Ю. Ю.,  
Лазоренко Д. И., 2025



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0

International (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0  
International (CC BY-NC 4.0) License

**Благодарности:** исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-27-20076, <https://rscf.ru/project/24-27-20076/> и Соглашения с Департаментом образования и науки г. Севастополя № 86 от 19.06.2024 г.

**Для цитирования:** Резонансные свойства акваторий севастопольских бухт (Черное море) по результатам математического моделирования / Ю. В. Манилюк [и др.] // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2025. № 2. С. 80–98. EDN SNXXDY.

## Resonance Properties of Water Areas Based on Mathematical Modelling Results: A Case of Sevastopol Bays (the Black Sea)

Yu. V. Manilyuk \*, A. Yu. Belokon, A. V. Bagaev,  
Yu. Yu. Yurovsky, D. I. Lazorenko

*Marine Hydrophysical Institute of RAS, Sevastopol, Russia*

\* e-mail: [uvmsev@yandex.ru](mailto:uvmsev@yandex.ru)

### Abstract

Within linear approximation of the long-wave theory, the paper uses the hydrodynamic numerical model ADCIRC to study resonance properties of the water areas of the Sevastopol bays: Streletskaya, Kruglaya, Kamyshovaya, and Dvoynaya, which includes Kazachya and Solyonaya bays. The calculations were carried out for the water area of each bay separately based on numerical experiments. At the first stage of modelling, waves in the bays water areas were excited by setting red-noise disturbance at the liquid boundary at the bay entrance. At the second stage, free oscillations were calculated under condition of their free passage at the liquid boundary. The resonance periods of the above bays and spatial distribution of the spectral density of sea-level oscillations in their water areas for individual natural modes were determined using spectral analysis. Most of the resonance periods for the Sevastopol bays were in satisfactory agreement with analytical estimates. The use of realistic bathymetry and shoreline profile data in the modelling allowed obtaining additional resonance periods for all the considered bays, which cannot be obtained with analytical estimates. The spectral composition expansion of the resonance modes due to connection of these bays via their entrances was revealed in Dvoynaya Bay, which includes Kazachya and Solyonaya Bays. The spectral density spatial distribution of the main energy-carrying sea level oscillations in Streletskaya, Kruglaya, Kamyshovaya and Dvoynaya Bays was analysed to show that the spectral density peaked mainly in the bay tops. In Dvoynaya Bay, the spectral density maxima manifested in the eastern or western arms (Kazachya or Solenaya Bays, respectively) depending on which of the arms their natural periods belonged to. The results obtained here can be used in layout designing of hydraulic structures, development of mariculture, planning of wastewater outlets, etc.

**Keywords:** seiche oscillations, seiche, Sevastopol bays, ADCIRC model, mathematical modelling

**Acknowledgements:** The study was funded under grant no. 24-27-20076, <https://rscf.ru/project/24-27-20076/> of the Russian Science Foundation and Agreement no. 86 as of 19.06.2024 of the Education and Science Department of the City of Sevastopol.

**For citation:** Manilyuk, Yu.V., Belokon, A.Yu., Bagaev, A.V., Yurovsky, Yu.Yu. and Lazorenko, D.I., 2025. Resonance Properties of Water Areas Based on Mathematical Modelling Results: A Case of Sevastopol Bays (the Black Sea). *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*, (2), pp. 80–98.

## **Введение**

Береговая линия г. Севастополя, расположенного в основном в пределах Гераклейского п-ова, изрезана множеством бухт и мысов, которые образуют систему, состоящую из главной бухты – Севастопольской – и связанных с ней бухт меньших размеров. В подобных водоемах часто наблюдаются сейши – стоячие колебания массы воды. Они отличаются от сейш в полностью замкнутых бассейнах тем, что возбуждаются вследствие проникновения длинных волн из открытого моря через жидкую границу, при этом потери волновой энергии в основном происходят в результате ее излучения через вход в бухту [1]. В бухтах, в отличие от замкнутых водоемов, также генерируется мода Гельмгольца (нулевая мода), которая обычно доминирует над всеми остальными видами собственных колебаний и определяет общий характер движений в акватории [2, 3]. Опасность сейш в бухтах состоит в том, что они могут быть причиной интенсивных периодических течений, представляющих угрозу для береговой инфраструктуры и судов [4]. Известно также, что примыкающие друг к другу бухты могут взаимодействовать друг с другом путем обмена энергией через свои открытые границы, что проявляется в проникновении собственных мод одной бухты в другую [5, 6]. Севастопольские бухты образуют систему связанных осцилляторов, в результате чего в каждой из бухт модовый состав сейш расширяется.

Периоды сейшевых колебаний определяются геометрическими параметрами акватории: глубиной, очертаниями береговой линии, рельефом дна. Известно, что в черноморских бухтах и заливах периоды сейш имеют продолжительность от нескольких минут до двух часов, при этом периоды в интервале 5–10 мин встречаются во всех бухтах и заливах. Колебания уровня с периодами 2–3 мин могут быть вызваны трансформацией длинных волн в прибрежной зоне или резкими порывами ветра одного направления. Колебания с периодами 15–20 мин могут возникать при резких колебаниях атмосферного давления, а также изменениях направления и скорости ветра. Наиболее часто сейши этого типа появляются при прохождении циклонов, особенно в зоне периферии, обусловливающей усиление ветра [7]. При этом наибольшую повторяемость имеют колебания уровня с периодом до 10 мин. Из сейш большего периода Крымского побережья наиболее часты сейши с периодом 30–50 мин [7]. В результате анализа данных кратковременных измерений, выполненных с помощью *ADCP*-зонда во время экспедиций Морского гидрофизического института в 2008 и 2014 гг., было установлено, что у входа в б. Севастопольскую флюктуации течений происходят с периодом около 60 мин [8].

Помимо сейш, в севастопольских бухтах фоном проявляются приливные колебания уровня, присущие Черному морю. В работе [9], посвященной исследованию черноморских приливов, указывается, что на побережье Крыма наиболее интенсивны главная лунная полусуточная составляющая 12.42 ч и гравитационная лунно-солнечная суточная составляющая 23.93 ч. Значения интенсивности этих приливных мод близки друг к другу, что хорошо согласуется с данными из работы [10].

В настоящее время сейшевые колебания в севастопольских бухтах остаются малоисследованными. Данные натурных наблюдений имеются только для б. Севастопольской и Круглой. Колебания уровня моря в б. Севастопольской фиксировались с помощью метеографа, расположенного на морской гидрометеорологической станции на Павловском мысу [10]. В процессе обработки результатов натурных наблюдений выделены периоды, соответствующие полусуточной и суточной составляющим прилива, а также со значениями 0.9, 1.25, 2.5 ч. Колебание с периодом 0.9 ч является модой Гельмгольца б. Севастопольской. В б. Круглой данные были получены относительно недавно (в 2023 г.), при этом с помощью ультразвукового датчика были проведены измерения уровня и на основе спектрального анализа выявлены резонансные периоды локальных сейш [11]. Среди них выделена наиболее интенсивная мода Гельмгольца б. Круглой с периодом 13.7 мин.

Установление физических закономерностей колебаний уровня в системе связанных бухт, таких как севастопольские, представляется возможным при помощи математического моделирования. Ряд работ [1, 6, 11, 12] посвящен исследованиям сейшевых колебаний в некоторых бухтах Севастополя на основе численного моделирования. В [6] исследовалось взаимное влияние б. Севастопольской и Карантинной друг на друга вследствие обмена энергией колебаний через их входы. Показано, что интенсивность собственных мод б. Севастопольской, проникающих в б. Карантинную, может превосходить интенсивность собственных мод б. Карантинной. В работе [1] изучались резонансные периоды основных севастопольских бухт и влияние длительности действия начального возмущения на генерацию в них сейш. В [12] исследованы различные режимы сейшевых колебаний на примере б. Севастопольской для возмущений с периодами 2.5, 2.9 и 6.2 мин, относящимися к собственным модам бухты с разной пространственной структурой. На основе численного решения задачи на собственные значения определены периоды фундаментальных мод б. Севастопольской (50 мин) [10] и Карантинной (9.25 мин) [13].

Тем не менее пока информации о периодах и пространственной структуре собственных колебаний уровня для всех севастопольских бухт недостаточно. Поэтому возникает необходимость в построении целостной картины длинноволновых колебаний в севастопольских бухтах и определении значений резонансных (собственных) периодов системы севастопольских бухт и ее отдельных элементов в высокочастотном диапазоне спектра (часы – минуты).

Целью настоящей работы является изучение резонансного отклика уровня моря в севастопольских бухтах: Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Казачьей и Соленой – на возмущения, приходящие из открытого моря, и определение собственных периодов бухт. Резонансные свойства указанных бухт исследовали отдельно для каждой из них, что позволило наиболее детально исследовать модовый состав сейш. Знание резонансных свойств каждой из бухт системы позволит более точно интерпретировать результаты моделирования и измерений для всей системы.

## Материалы и методы исследований

Для подробного исследования сейшевых колебаний в севастопольских бухтах использовали батиметрические данные из оцифрованных морских карт. На рис. 1 представлен рельеф дна прибрежной зоны Севастополя с системой севастопольских бухт.

Численное моделирование проводилось отдельно для каждой из исследуемых бухт: Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Казачьей, Соленой. Рельеф дна этих бухт показан на рис. 2. Колебания уровня моря рассчитывали в точках 1–23 (рис. 2).

Бухта Стрелецкая (рис. 2, *a*) расположена в трех километрах к юго-западу от южного мола б. Севастопольской, она врезается в берег на 2 км. Западнее б. Стрелецкой находится б. Круглая (рис. 2, *b*), по своей форме близкая к кругу. Бухта неглубокая с песчаным дном. Извилистая б. Камышовая (рис. 2, *c*) обосoblена двумя защитными молами, ограничивающими ее вход. Длина ее составляет около 2.5 км. Бухты Казачья и Соленая (рис. 2, *d*) образуют так называемую б. Двойную, одну из наиболее сложных в системе севастопольских бухт. Она расположена в 15 км к западу от центра Севастополя, между б. Камышовой и м. Херсонес. Бухта Казачья длиннее Соленой приблизительно на 600 м.

Для расчетов применялась численная гидродинамическая модель *ADCIRC* (*Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries*)<sup>1), 2)</sup>. При этом использовался вариант модели [14], основанный на осредненных по глубине уравнениях движения

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_x}{H}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - C_d \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_y}{H}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $U, V$  – средние по глубине компоненты вектора скорости по осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $\eta$  – уровень воды в бассейне;  $H = h + \eta$  – динамическая глубина;  $C_d$  – коэффициент донного трения;  $\Delta$  – оператор Лапласа по пространственным переменным;  $A_h$  – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости;  $q_x = UH, q_y = VH$  – компоненты вектора полных потоков.

<sup>1)</sup> Luettich R. A., Westerink J. J., Scheffner N. W. ADCIRC: An Advanced Three-dimensional Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries. Report 1: Theory and Methodology of ADCIRC-2DDI and ADCIRC-3DL. Vicksburg, MS : U.S. Army Engineers Waterways Experiment Station, 1992. 137 p. (Dredging Research Program Technical Report DRP-92-6).

<sup>2)</sup> Luettich R. A., Westerink J. J. Formulation and Numerical Implementation of the 2D/3D ADCIRC. 2004. URL: [https://adcirc.org/wp-content/uploads/sites/2255/2018/11/adcirc\\_theory\\_2004\\_12\\_08.pdf](https://adcirc.org/wp-content/uploads/sites/2255/2018/11/adcirc_theory_2004_12_08.pdf) (дата обращения: 2.05.2025).

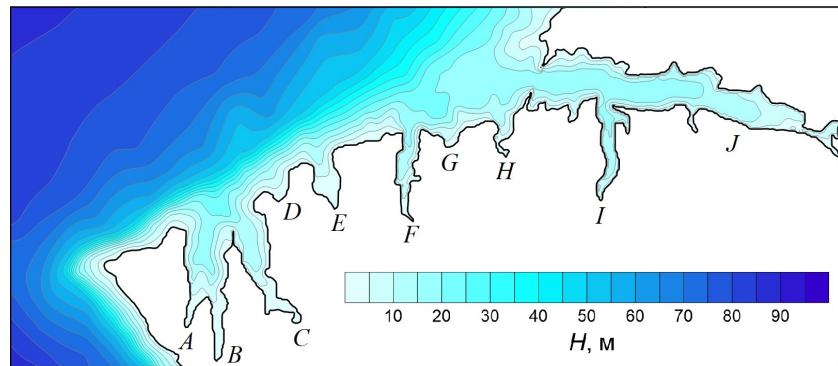


Рис. 1. Рельеф дна прибрежной зоны Севастополя. Обозначения бухт: *A* – Соленая, *B* – Казачья (эти две бухты образуют б. Двойную), *C* – Камышовая, *D* – Абрамова, *E* – Круглая, *F* – Стрелецкая, *G* – Песочная, *H* – Карантинная, *I* – Южная, *J* – Севастопольская

Fig. 1. Bathymetry of the Sevastopol coastal zone. Notations: *A* – Solyonaya Bay, *B* – Kazachya Bay (these two bays constitute Dvoynaya Bay), *C* – Kamyshovaya Bay, *D* – Abramova Bay, *E* – Kruglaya Bay, *F* – Streletskaya Bay, *G* – Pesochnaya Bay, *H* – Karantinnaya Bay, *I* – Yuzhnaya Bay, *J* – Sevastopol Bay

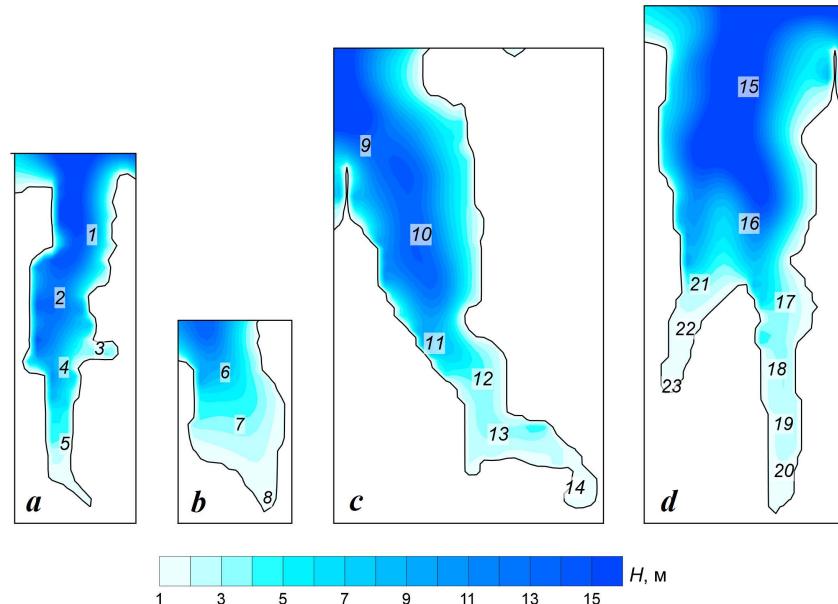


Рис. 2. Батиметрия севастопольских бухт: *a* – Стрелецкой; *b* – Круглой; *c* – Камышовой; *d* – Двойной. Цифрами 1–23 отмечены виртуальные метеографы (станции)

Fig. 2. Bathymetry of Sevastopol bays: *a* – Streletskaya; *b* – Kruglaya; *c* – Kamyshovaya; *d* – Dvoynaya. Numbers 1–23 stand for virtual mareographs (stations)

Численный алгоритм модели *ADCIRC* базируется на методе конечных элементов, использующем треугольные элементы и линейные базисные функции. Для снижения уровня вычислительного шума при численном интегрировании системы уравнение неразрывности представляется в виде так называемого уравнения *GWCE* (*Generalized Wave Continuity Equation*)

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \tau_0 G = 0,$$

где  $G \equiv \partial\eta / \partial t + \partial q_x / \partial x + \partial q_y / \partial y$ ;  $\tau_0$  – неотрицательный параметр, влияющий на фазовые характеристики и устойчивость численного алгоритма. После некоторых тождественных преобразований уравнение *GWCE* принимает вид

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial^2 t} + \tau_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0,$$

где

$$J_x = -q_x \frac{\partial U}{\partial x} - q_y \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{g}{2} \frac{\partial \eta^2}{\partial x} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_x}{H} + \tau_0 q_x + U \frac{\partial \eta}{\partial t} - gH \frac{\partial \eta}{\partial x},$$

$$J_y = -q_x \frac{\partial V}{\partial x} - q_y \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{g}{2} \frac{\partial \eta^2}{\partial y} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_y}{H} + \tau_0 q_y + V \frac{\partial \eta}{\partial t} - gH \frac{\partial \eta}{\partial y}.$$

Построенный на основе *GWCE* численный алгоритм решения системы уравнений эффективно подавляет коротковолновый шум без использования искусственной вязкости и без искажения характеристик длинноволнового участка спектра.

Использовался квазилинейный вариант модели *ADCIRC* с учетом донного трения, поскольку предполагалось, что можно пренебречь вкладом нелинейных слагаемых в уравнениях (1)–(3). Сила Кориолиса не учитывалась из-за ее слабого влияния в масштабах севастопольских бухт. Горизонтальная турбулентная вязкость также не учитывалась, поэтому коэффициент турбулентной вязкости  $A_h$  принимался равным нулю; параметр  $\tau_0$  составил 0.005. Коэффициент донного трения  $C_d = C_0 \left[ 1 + (H_b / H)^\alpha \right]^{\beta/\alpha}$ , где  $C_0$  – минимальное значение  $C_d$ ;  $\alpha = 10$  – безразмерный параметр, определяющий скорость роста донного трения, когда глубина больше или меньше глубины обрушения волн  $H_b = 1$  м;  $\beta = 1/3$  – безразмерный параметр, определяющий, как увеличивается донное трение с уменьшением глубины бассейна.

Численное моделирование проводилось на неструктурированных расчетных сетках, которые насчитывали от  $\sim 4000$  до  $\sim 12\,200$  конечных элементов для различных бухт. Пространственный шаг составил от 20 до 100 м. Шаг интегрирования по времени составил  $\Delta t = 0.025$  с.

Генерация волн осуществлялась вследствие возмущения типа «красный шум» [15], задаваемого на жидкой границе каждой из рассматриваемых бухт. Границное условие на жидкой границе имеет вид

$$\zeta_b = \begin{cases} \zeta_p, & t \leq t_p, \\ 0, & t > t_p, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\zeta_p(x, y, t)$  – случайная функция со спектром «красного шума»;  $t_p$  – период времени накачки.

Численный эксперимент состоял из этапа накачки длительностью 6 ч и этапа свободных колебаний (6 ч). На этапе накачки на жидкой границе расчетной области генерировались волновые возмущения вследствие задания условия (4). Использование помех в виде «красного шума» позволило подавить высокочастотные составляющие и учесть отклик системы бухт в длинноволновом спектре. На этапе свободных колебаний применены начальные условия, сформированные на основе результатов проведенных на предыдущем этапе расчетов. На жидкой границе расчетной области задавалось условие свободного прохождения. По рассчитанным в режиме свободных колебаний рядам отклонений уровня с помощью спектрального анализа выделялись периоды мод с наибольшей интенсивностью.

### Результаты моделирования и обсуждение

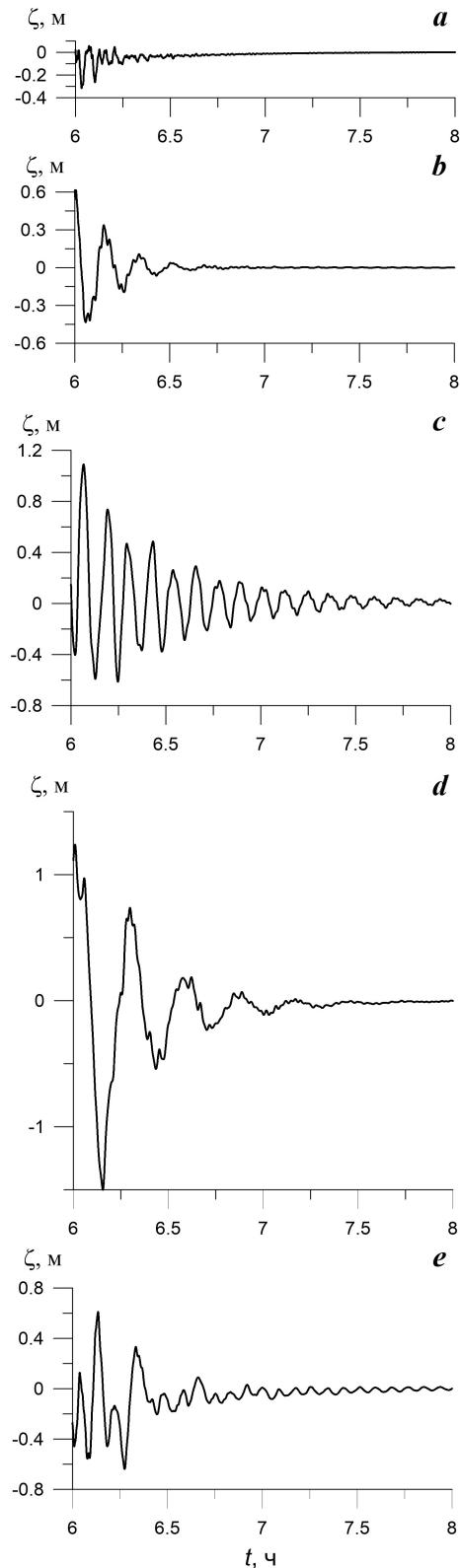
В результате численных экспериментов рассчитаны колебания уровня на ст. 1–23, которые расположены в расчетной области каждой из исследуемых бухт. На рис. 3 приведены мадеограммы, рассчитанные для режима свободных колебаний уровня.

Наиболее интенсивные сейшевые колебания возникают в б. Камышовой (рис. 3, c), Казачьей (рис. 3, d) и Соленой (рис. 3, e). Кроме того, сейши в данных бухтах затухают медленнее (в течение 2 ч), чем в б. Стрелецкой и Круглой (рис. 3, a, b), где затухание колебаний воды длится около 45 мин. Отметим, что б. Соленая и Казачья входят в состав б. Двойной (см. рис. 2, d), что накладывает свой отпечаток на характер колебаний в них: интенсивность сейш в более протяженной б. Казачьей выше, чем в б. Соленой. Это согласуется с результатами, полученными в работе [16], где исследовалась модельная разветвленная бухта, которая имеет характерные размеры, среднюю глубину и конфигурацию б. Двойной. В работе показано, что асимметрия приводит к уменьшению интенсивности колебаний в относительно короткой бухте и их значительным амплитудам в более длинной бухте, а также к расширению модового состава сейшевых колебаний в обеих бухтах.

Для определения периодов сейшевых колебаний в бухтах рассчитанные мадеограммы подвергались спектральному анализу (использовались скрипты, разработанные *Gert Klopman* и *Delft Hydraulics*<sup>3)</sup>). С помощью преобразования Фурье получены энергетические спектры колебаний уровня  $E(f)$ . Спектральная плотность энергии  $ESD$  в диапазоне частот  $[f_a; f_b]$  рассчитывалась как

$$ESD = \int_{f_a}^{f_b} |E(f)|^2 df. \quad (5)$$

<sup>3)</sup> *Winde H. P. Wave height from pressure measurements.* 2012. 49 p. URL: <https://repository.tudelft.nl/record/uuid:e3b07efd-1ce9-4fd1-b051-c794c72959ca> (дата обращения: 12.12.2024).



На рис. 4 приведены энергетические спектры колебаний уровня  $E(f)$  в вершинах бухт Севастополя. Видно, что в б. Стрелецкой доминируют моды с периодами 1.1, 1.6, 2.8, 1.4 мин (рис. 4, a). В б. Круглой основные пики отмечаются на периодах 4.6, 10.6, 1.7, 2.7 мин (рис. 4, b). В б. Камышовой преобладают моды с периодами 7.1, 1.5, 3.6, 4.5, 2.1 мин (рис. 4, c). Казачья и Соленая, по сути, являются связанными бухтами, в результате чего модовый состав их сейш расширяется вследствие их взаимного влияния. Основные пики в б. Казачьей приходятся на периоды 17.1, 2.7, 3.3, 1.6, 6.7 мин, в б. Соленой – на периоды 5.1, 17.1, 9.5, 6.7, 3.3, 2.0, 2.5 мин. Таким образом, в обеих бухтах прослеживаются три одинаковых пика на периодах 17.1, 3.3, 6.7 мин.

В таблице представлены установленные периоды мод резонансных колебаний для вершин бухт, периоды упорядочены по убыванию энергии колебаний. Здесь же указаны периоды собственных колебаний уровня моря в севастопольских бухтах, рассчитанные в работе [1] по формулам для бассейна постоянной глубины и для бассейна с параболическим профилем дна (эти значения указаны в скобках) из [17]. Из таблицы видно, что значения большинства периодов, полученные в настоящем исследовании, совпадают со значениями периодов,

Рис. 3. Рассчитанные для режима свободных колебаний мареограммы в бухтах Севастополя: a – Стрелецкой (ст. 5); b – Круглой (ст. 8); c – Камышовой (ст. 14); d – Казачьей (ст. 20); e – Соленой (ст. 23)

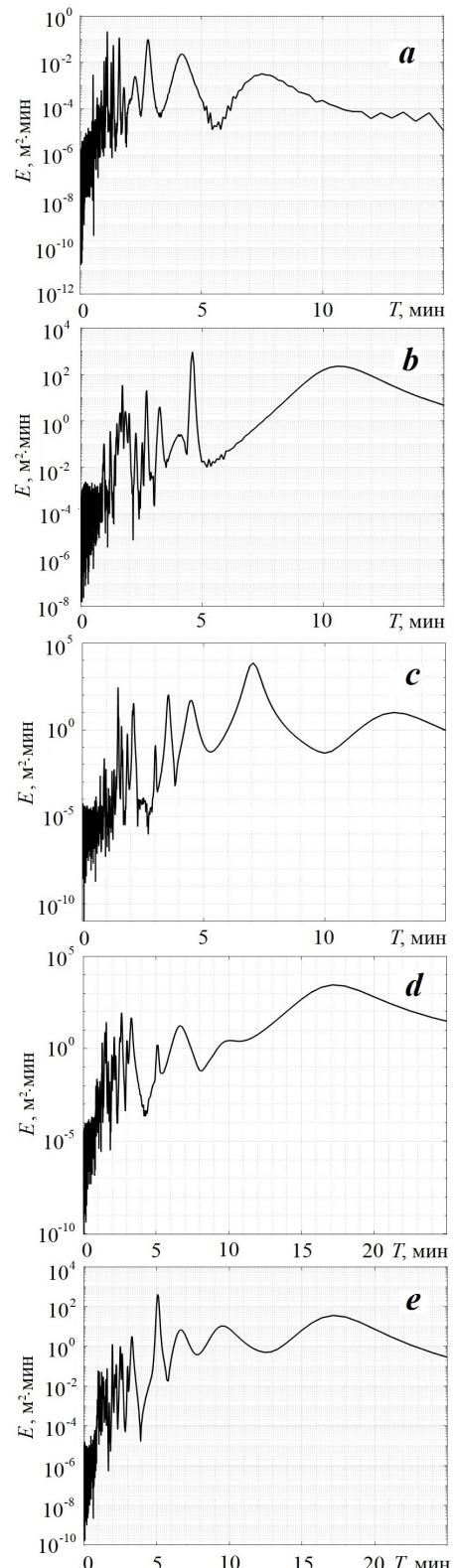
Fig. 3. Marigrams calculated for the free oscillations mode in Sevastopol bays: a – Streletskaia (St. 5); b – Kruglaya (St. 8); c – Kamyshovaya (St. 14); d – Kazachya (St. 20); e – Solyonaya (St. 23)

найденных аналитически в работе [1],

или близки к ним. Отсутствие некоторых значений и появление новых в полученных нами результатах связано со сложной формой бухт, отличной от прямоугольной, и особенностями рельефа дна. Так, в б. Стрелецкой выявлены все полученные ранее периоды, кроме периода 13.5 мин, соответствующего моде Гельмгольца данной бухты. Видимо, это связано с особенностями воздействия возмущения типа «красный шум». В б. Круглой появляются новые моды с периодами 4.6, 1.9, 1.6 мин. Настоящие исследования выявили в б. Камышовой моду с периодом 12.9 мин, в то время как, по аналитическим оценкам, максимальный период составил 19.8 мин. Что касается б. Казачьей и Соленой, которые образуют б. Двойную, в этих бухтах выявлены почти все периоды, найденные аналитически. При этом модовый состав колебаний уровня моря существенно расширяется из-за связи бухт друг с другом через входы. Значения периодов, рассчитанные для б. Казачьей (6.7, 2.5, 2.0 мин) и Соленой (6.7, 3.3, 2.0, 2.5, 2.7 мин), также хорошо соглашаются и с полученными в работе [16] значениями для модельной бухты, которая имеет конфигурацию и среднюю глубину б. Двойной. При этом настоящие исследования выявили для этих бухт более широкий диапазон периодов.

Рис. 4. Энергетические спектры колебаний уровня, возникающих в результате воздействия возмущения в виде «красного шума» в бухтах Севастополя: *a* – Стрелецкой (ст. 5); *b* – Круглой (ст. 8); *c* – Камышовой (ст. 14); *d* – Казачьей (ст. 20); *e* – Соленой (ст. 23)

Fig. 4. Energy spectra of sea level oscillations resulting from red-noise disturbance in Sevastopol bays: *a* – Streletskaia (St. 5); *b* – Kruglaya (St. 8); *c* – Kamyshovaya (St. 14); *d* – Kazachya (St. 20); *e* – Solyonaya (St. 23)



Периоды собственных колебаний севастопольских бухт, мин., для бассейна постоянной глубины и для бассейна с параболическим профилем дна

Periods of natural oscillations in Sevastopol bays, min, for a stationary-depth basin and a parabolic-bottom basin

Бухта (станция) / Bay (station)	Периоды, выделенные на основе численного моделирования / Mathematically modelled periods	Периоды, полученные на основе аналитической оценки [1] / Periods from analytical estimation [1]
Б. Стрелецкая (ст. 5) / Streletskaya Bay (St. 5)	<b>1.3</b> <b>1.6</b> <b>2.8</b> <b>1.4</b> <b>4.2</b>	13.5 4.5 (4.3) 2.7 (2.7) 1.9 (2.0) 1.3 1.2
Б. Круглая (ст. 8) / Kruglaya Bay (St. 8)	4.6 2.7 <b>10.6</b> 1.7 3.3 1.9 1.6 <b>2.0</b> 1.5	<b>10.2</b> 3.4 (2.7) 2.0 (1.7) 1.5 (1.3) 3.0 2.3
Б. Камышовая (ст. 14) / Kamyshovaya Bay (St. 14)	7.1 <b>1.5</b> 3.6 4.5 <b>2.1</b> 12.9	19.8 <b>6.7</b> (6.0) 4.0 (3.8) <b>2.8</b> (2.8) 1.5 1.4
Б. Казачья (восточный рукав б. Двойной) (ст. 20) / Kazachya Bay (eastern arm of Dvoynaya Bay) (St. 20)	<b>5.1</b> <b>17.1</b> 6.7 2.7 3.3 1.6 <b>1.5</b> 2.1 2.5 <b>3.0</b> 10.0 1.3 2.0 <b>2.2</b>	15.2 5.1 3.0 2.2 1.2

Продолжение таблицы / Continued

Бухта (станция) / Bay (station)	Периоды, выделенные на основе численного моделирования / Mathematically modelled periods	Периоды, полученные на основе аналитической оценки [1] / Periods from analytical estimation [1]
	<u>5.1</u>	
	<u>17.1</u>	
Б. Соленая (западный рукав б. Двойной) (ст. 23) / Solyonaya Bay (western arm of Dvoynaya Bay) (St. 23)	<b><u>2.0</u></b>	<b>9.6</b>
	<u>9.5</u>	3.2
	<u>6.7</u>	1.9
	<u>3.3</u>	1.4
	<u>2.5</u>	1.3
	<u>2.7</u>	1.2
	<u>2.2</u>	
	<u>3.0</u>	
	<u>1.6</u>	

П р и м е ч а н и е . Значения для бассейна с параболическим профилем дна указаны в скобках. Полужирным шрифтом выделены периоды, которые хорошо согласуются. Подчеркнуты периоды в б. Казачьей и Соленой, обусловленные взаимным влиянием бухт.

Н о т е . Values for the basin with parabolic bottom profile are given in brackets. Periods with good agreement are highlighted in bold. The periods in Kazachya and Solyonaya Bays, resulting from their interaction, are underlined.

На рис. 5–8 показаны пространственные распределения спектральной плотности энергии, приходящейся на единицу времени, основных энергонесущих колебаний уровня в б. Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Двойной, рассчитанные по формуле (5). Для б. Стрелецкой (рис. 5) максимальные значения спектральной плотности энергии сейшевых колебаний уровня отмечаются в районе восточного побережья бухты и в ее вершине (ст. 3 и 5). В б. Круглой (рис. 6) основная часть энергии сейшевых колебаний сосредоточена в ее вершине (ст. 8). На рис. 7 показано пространственное распределение спектральной плотности энергии для б. Камышовой, откуда видно, что наиболее интенсивные колебания характерны для узкой части бухты вблизи вершины (ст. 12–14). Наиболее сложная энергетическая картина получена в случае б. Двойной (рис. 8). Видно, что резонансные свойства бухты, которая состоит из двух рукавов, проявляются в интенсификации колебаний уровня как в восточном рукаве – б. Казачьей, так и в западном – б. Соленой. Согласно аналитическим оценкам (таблица), моды 5.1, 17.1 и 2.7 мин являются собственными периодами б. Казачьей (восточный рукав б. Двойной), поэтому максимальные значения спектральной плотности энергии для этих периодов отмечаются в этой бухте (рис. 8, a, b, d). Мода с периодом, равным 6.7 мин, согласно расчетам, также заметно выражена в б. Казачьей (рис. 8, c).

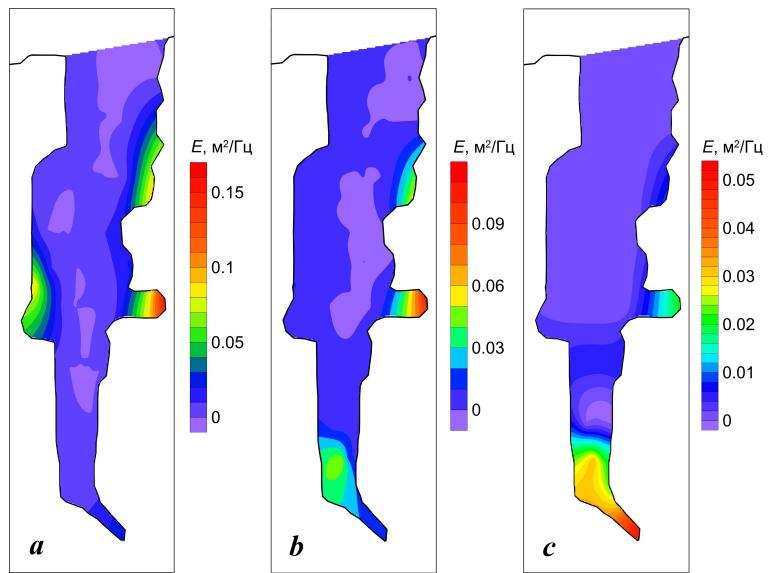


Рис. 5. Пространственное распределение спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Стрелецкой для периода  $T$ , равного 1.3 мин (a), 1.6 мин (b), 2.8 мин (c)

Fig. 5. Spatial distribution of spectral density of main energy-carrying level oscillations in Streletskaia Bay for a period  $T$  of 1.3 min (a), 1.6 min (b), 2.8 min (c)

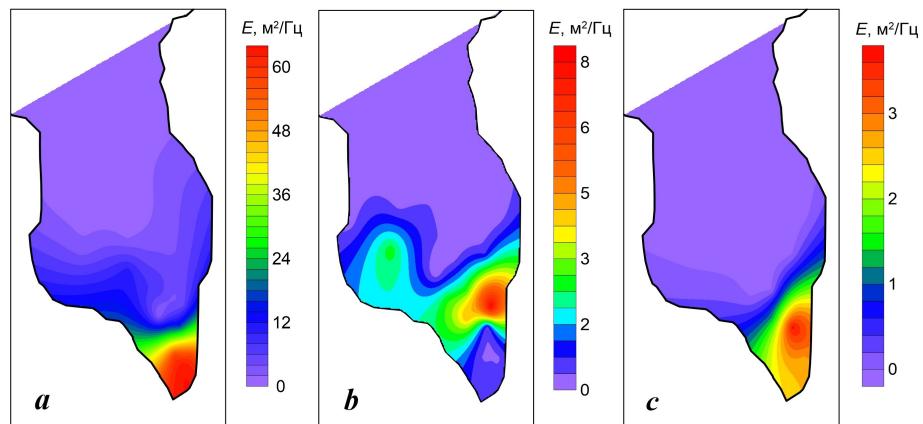
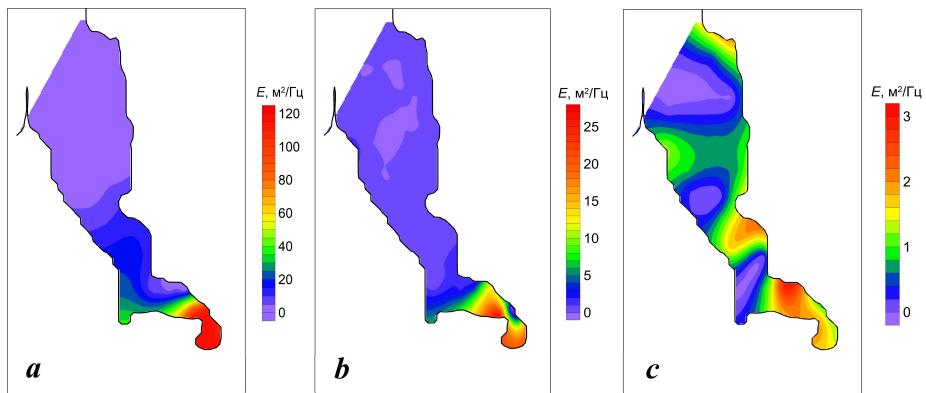


Рис. 6. Пространственное распределение спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Круглой для периода  $T$ , равного 4.6 мин (a), 2.7 мин (b), 10.6 мин (c)

Fig. 6. Spatial distribution of spectral density of main energy-carrying level oscillations in Kruglaya Bay for a period  $T$  of 4.6 min (a), 2.7 min (b), 10.6 min (c)



Р и с . 7 . Пространственное распределение спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Камышовой для периода  $T$ , равного 7.1 мин (a), 1.5 мин (b), 3.6 мин (c)

Fig . 7 . Spatial distribution of spectral density of main energy-carrying level oscillations in Kamyshovaya Bay for a period  $T$  of 7.1 min (a), 1.5 min (b), 3.6 min (c)

Наибольшие значения спектральной плотности энергии для периодов 2.0 и 9.5 мин получены в б. Соленои, поскольку они являются собственными периодами б. Соленои (западного рукава б. Двойной) (рис. 8, e, f).

Анализ результатов расчета показал, что наибольшие значения спектральной плотности энергии колебаний уровня характерны для б. Казачьей (рис. 8), где спектральная плотность составила свыше  $150 \text{ м}^2/\text{Гц}$  для периода 5.1 мин, и в б. Камышовой – около  $120 \text{ м}^2/\text{Гц}$  для периода 7.1 мин. В б. Круглой максимальная спектральная плотность составила около  $65 \text{ м}^2/\text{Гц}$  для периода 4.6 мин; наименьшие значения спектральной плотности энергии отмечены в б. Стрелецкой (около  $0.15 \text{ м}^2/\text{Гц}$  для периода 1.3 мин).

На рис. 9 показано пространственное распределение относительных (приведенных к максимальному значению) амплитуд сейшевых колебаний уровня моря в бухтах. Видно, что наибольшие значения амплитуд приходятся в основном на вершины бухт, кроме б. Стрелецкой, в которой доминирует поперечная мода.

Приведенные на рис. 5–9 пространственные распределения амплитуд и спектральной плотности колебаний уровня могут быть полезны для выявления локальных зон, в которых возможны значительные подъемы уровня, вызванные сейшами, что важно при обеспечении безопасности портов и других объектов инфраструктуры, расположенных на побережьях бухт.

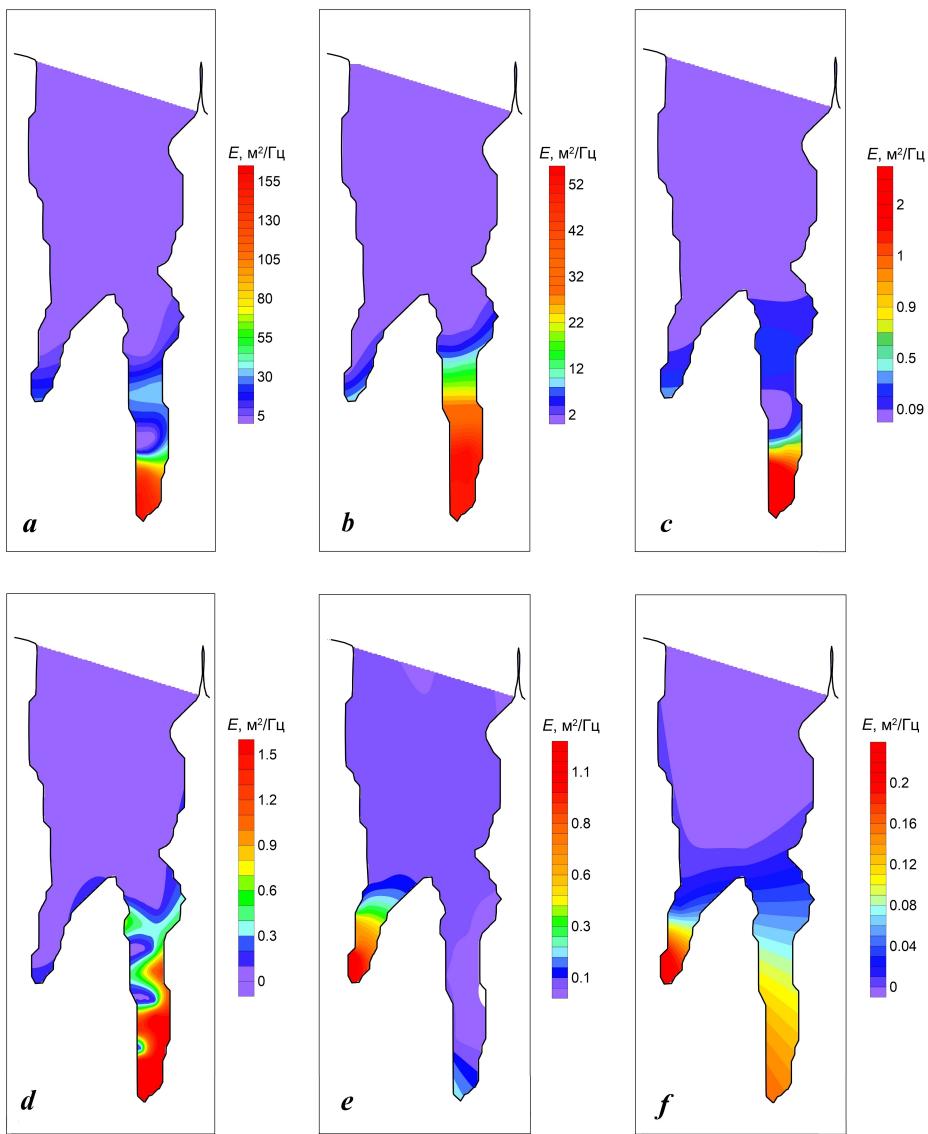


Рис. 8. Пространственное распределение спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Двойной для периода  $T$ , равного 5.1 мин (а), 17.1 мин (б), 6.7 мин (с), 2.7 мин (д), 2.0 мин (е), 9.5 мин (ж)

Fig. 8. Spatial distribution of spectral density of main energy-carrying level oscillations in Dvoynaya Bay for a period  $T$  of 5.1 min (a), 17.1 min (b), 6.7 min (c), 2.7 min (d), 2.0 min (e), 9.5 min (f)

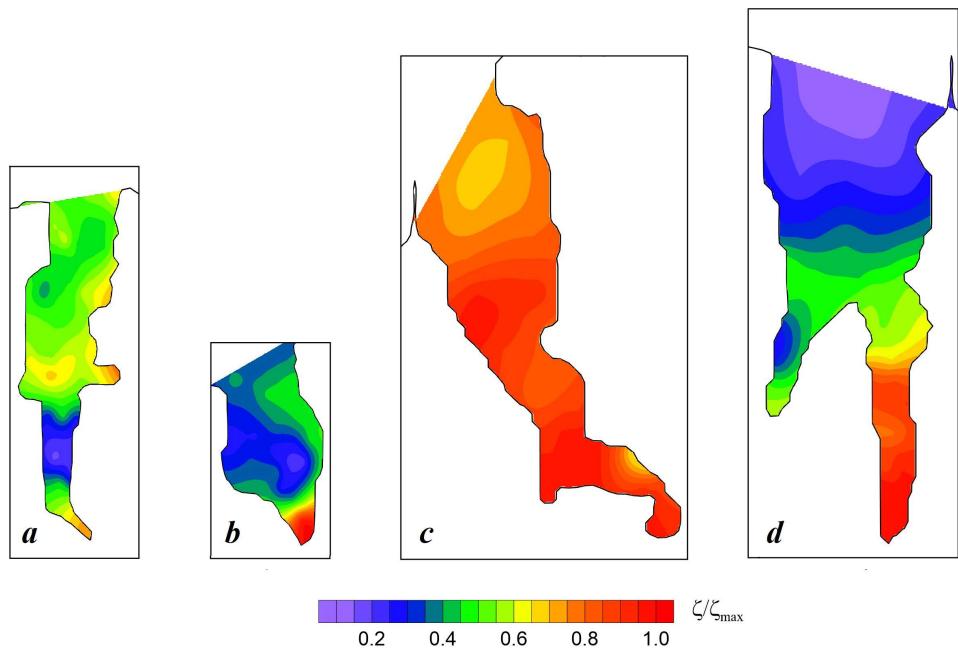


Рис. 9. Пространственное распределение относительных амплитуд сейшевых колебаний уровня в севастопольских бухтах: *a* – Стрелецкой; *b* – Круглой; *c* – Камышовой; *d* – Двойной

Fig. 9. Spatial distribution of relative amplitudes of level seiche oscillations in Sevastopol bays: *a* – Strelets Bay; *b* – Kruglaya Bay; *c* – Kamyshovaya Bay; *d* – Dvoynaya Bay

### Заключение

На основе гидродинамической численной модели *ADCIRC* исследованы резонансные свойства севастопольских бухт: Стрелецкой, Круглой, Камышовой, Двойной, включающей в себя б. Казачью и Соленую. Расчеты выполнены для акватории каждой бухты отдельно. В качестве возмущения использован «красный шум». Определены резонансные периоды указанных бухт и пространственное распределение спектральной плотности энергии колебаний уровня по акватории бухт. Для контроля значений резонансных периодов использованы аналитические оценки. На основе анализа результатов выполненных расчетов можно сделать следующие выводы.

Большинство выделенных резонансных периодов для севастопольских бухт удовлетворительно согласуются с аналитическими оценками этих периодов. Лишь в б. Стрелецкой не удалось возбудить воздействием «красного шума» моду Гельмгольца, период которой, по аналитическим оценкам, составляет около 13.5 мин. Период старшей резонансной моды б. Камышовой оказался равным 12.9 мин, что значительно отличается от аналитической оценки (19.8 мин). Это связано с тем, что акватория бухты имеет сложную пространственную структуру, а на входе в нее сооружены два защитных мола.

Использование при моделировании батиметрических данных и профилей береговой черты, приближенных к реальным, позволило определить дополнительные резонансные периоды для всех рассмотренных бухт, которые нельзя получить при аналитических оценках.

В б. Двойной, включающей в себя б. Казачью и Соленую, обнаружено расширение спектрального состава резонансных мод, возникающее из-за связи этих бухт через их входы.

Анализ пространственного распределения спектральной плотности основных энергонесущих колебаний уровня в б. Стрелецкой, Круглой, Камышовой и Двойной показал, что ее максимальные значения отмечаются в основном в вершинах бухт. В б. Двойной максимальные значения спектральной плотности проявляются в восточном или западном рукавах (б. Казачьей или Соленой соответственно) в зависимости от того, к какому из рукавов относится собственный период.

Для уточнения резонансных свойств севастопольских бухт требуется проведение натурных наблюдений в бухтах системы.

Результаты исследования могут быть использованы при проектировании размещения гидротехнических сооружений, развитии марикультуры, планировании выпусков сточных вод и т. п.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Манилюк Ю. В., Лазоренко Д. И., Фомин В. В.* Сейшевые колебания в системе Севастопольских бухт // Водные ресурсы. 2021. Т. 48, № 5. С. 526–536. EDN LZQQZR. <https://doi.org/10.31857/S0321059621050126>
2. *Рабинович А. Б.* Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. Санкт-Петербург : Гидрометеоиздат, 1993. 325 с.
3. *Алексеев Д. В., Манилюк Ю. В., Санников В. Ф.* Сейшевые течения в бассейне с открытым входом // Прикладные задачи математики : материалы XXV международной научно-технической конференции. Севастополь, 2017. С. 109–115. EDN YKYDCA.
4. *Доценко С. Ф., Иванов В. А.* Природные катастрофы Азово-Черноморского региона. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2010. 174 с.
5. Coupling between two inlets: Observation and modeling / P. L.-F. Liu [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2003. Vol. 108, iss. C3. 3069. <https://doi.org/10.1029/2002JC001478>
6. *Манилюк Ю. В., Лазоренко Д. И., Фомин В. В.* Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 3. С. 261–276. EDN QEFCWJ. <https://doi.org/10.22449/0233-7584-2020-3-261-276>
7. *Фомичева Л. А., Рабинович А. Б., Демидов А. Н.* Уровень моря // Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Ленинград : Гидрометеоиздат, 1991. Т. IV : Черное море, вып. 1 : Гидрометеорологические условия. С. 329–354. (Проект «Моря СССР»).
8. Течения в Севастопольской бухте по данным ADCP-наблюдений (июнь 2008 года) / А. Н. Морозов [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2012. № 3. С. 31–43. EDN TMJXDX.
9. *Medvedev I. P.* Tides in the Black Sea: observations and numerical modelling // Pure and Applied Geophysics. 2018. Vol. 175, iss. 6. P. 1951–1969. <https://doi.org/10.1007/s00024-018-1878-x>

10. Сейши в Севастопольской бухте / Ю. Н. Горячкин [и др.] // Труды УкрНИГМИ. 2002. Вып. 250. С. 342–353.
11. Sea level oscillations spectra of a shallow coastal bay: Cost-effective measurements and numerical modelling in Kruglaya Bay / Yu. V. Manilyuk [et al.] // Regional Studies in Marine Science. 2024. Vol. 69. 103326. <https://doi.org/10.1016/j.rsma.2023.103326>
12. Study of Seiche Oscillation Regimes in Sevastopol Bay / Yu. V. Manilyuk [et al.] // Oceanology. 2023. Vol. 63, iss. 6. P. 796–805. EDN TUCTSH. <https://doi.org/10.1134/s0001437023060115>
13. Балинец Н. А., Хмара Т. В. Явление тягуна в бухтах Севастополя // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа. 2006. Вып. 14. С. 204–208. EDN ZBOAIB.
14. Фомин В. В., Лазоренко Д. И., Иванча Е. В. Численное моделирование сейш в Балаклавской бухте // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2017. № 3. С. 32–39. EDN ZMZFVV.
15. Рабинович А. Б., Монсеррат С., Файн И. В. Численное моделирование экстремальных сейшевых колебаний в районе Балеарских островов // Океанология. 1999. Т. 39, № 1. С. 16–24.
16. Belokon A. Y., Lazorenko D. I. Energy spectra of sea level fluctuations during propagation long waves in branched bays // Proceedings of the 9th International Conference on Physical and Mathematical Modelling of Earth and Environmental Processes 2023. Cham : Springer, 2024. P. 471–484. (Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences). [https://doi.org/10.1007/978-3-031-54589-4\\_49](https://doi.org/10.1007/978-3-031-54589-4_49)
17. Иванов В. А., Манилюк Ю. В., Санников В. Ф. Сейши в бассейне с открытым входом // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59, № 4. С. 23–30. EDN XTUVKX. <https://doi.org/10.15372/PMTF20180404>

Поступила 18.09.2024 г.; одобрена после рецензирования 23.12.2024 г.;  
принята к публикации 25.03.2025 г.; опубликована 30.06.2025 г.

*Об авторах:*

**Манилюк Юрий Владимирович**, научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, ORCID ID: 0000-0002-5752-7562, ResearcherID: P-6662-2017, Scopus Author ID: 6602563261; SPIN-код: 4548-0051, [uvmsev@yandex.ru](mailto:uvmsev@yandex.ru)

**Белоконь Александра Юрьевна**, старший научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, ORCID ID: 0000-0002-1299-0983, ResearcherID: M-6839-2018, SPIN-код: 5633-9877, [a.bazykina@mhi-ras.ru](mailto:a.bazykina@mhi-ras.ru)

**Багаев Андрей Владимирович**, ведущий научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, ORCID ID: 0000-0003-4018-7642, ResearcherID: K-5373-2016, SPIN-код: 5426-7176, [a.bagaev1984@mhi-ras.ru](mailto:a.bagaev1984@mhi-ras.ru)

**Юровский Юрий Юрьевич**, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией прикладной физики моря, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, Scopus Author ID: 24377122700, ORCID ID: 0000-0002-9995-3965, ResearcherID: F-8907-2014, SPIN-код: 8482-5777, [y.yurovsky@mhi-ras.ru](mailto:y.yurovsky@mhi-ras.ru)

**Лазоренко Дмитрий Иванович**, научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат технических наук, **ORCID ID: 0000-0001-7524-565X**, **ResearcherID: J-1925-2015**, **SPIN-код: 4712-6050**, *d.lazorenko.dntmm@gmail.com*

*Заявленный вклад авторов:*

**Манилюк Юрий Владимирович** – постановка задачи, обзор литературы по проблеме исследования, описание результатов исследования, анализ результатов моделирования, написание текста статьи

**Белоконь Александра Юрьевна** – обзор литературы по проблеме исследования, обработка и описание результатов математического моделирования, написание текста статьи, подготовка графических материалов

**Багаев Андрей Владимирович** – обработка и анализ результатов моделирования, формулирование выводов, подготовка текста статьи

**Юровский Юрий Юрьевич** – обработка результатов математического моделирования, подготовка статьи

**Лазоренко Дмитрий Иванович** – подготовка и проведение численных экспериментов

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*