

А.Е.Погребной

*Морской гидрофизический институт, г.Севастополь***ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОСРЕДНЕНИЕ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ПОЛЕЙ**

На основе анализа проблем, возникающих при использовании традиционной процедуры осреднения вертикальных профилей гидрофизических характеристик, сделан вывод о необходимости учёта вертикальных смещений элементов жидкости. Для этого предложено использовать лагранжевы инварианты, в частности – осреднённое фоновое распределение поля плотности. Это позволяет рассчитать осреднённые глубины залегания различных жидких элементов вертикальной структуры. В качестве среднего вертикального распределения искомого параметра используется его среднее значение для каждого жидкого элемента, присвоенное средней глубине залегания этого элемента.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *стратификация, лагранжевы инварианты, процессы обмена, осреднение, вертикальные распределения.*

Под действием различных гидрофизических процессов стратифицированная среда может изменять свои характеристики, как во времени, так и в пространстве. Осреднение вертикальных профилей гидрофизических величин является одной из наиболее распространённых процедур в экспериментальной гидрофизике.

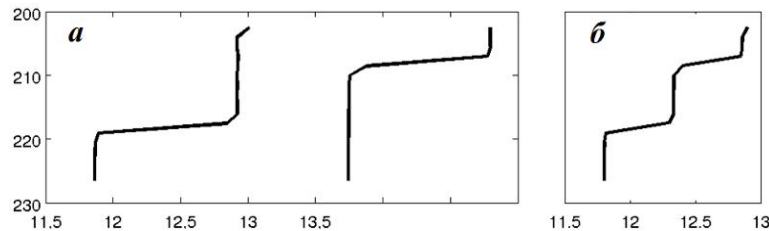
Горизонтальное осреднение вертикальных профилей необходимо для описания статистических характеристик бассейнов и географического районирования океана. Временное осреднение – для описания суточной, синоптической, сезонной, межгодовой и т.п. изменчивостей. Среднеклиматические распределения профилей плотности используются в численных (например, [1, 2]) моделях океана для расчёта бароклинной составляющей поля скорости.

Кроме того, осреднение двух или более соседних вертикальных профилей (с необходимыми весовыми коэффициентами) даёт промежуточное интерполированное распределение исследуемого параметра. Настолько частое использование процедуры осреднения профилей позволяет отнести её к классу стандартных.

Традиционно процедура осреднения вертикальных распределений гидрофизических параметров сводится к следующему. Для каждого горизонта глубин находится среднее значение интересующего параметра, которое и трактуется как среднее значение для выбранного горизонта. Именно такая процедура используется в одном из наиболее популярных пакетов численной обработки гидрофизических данных GrADS [3].

Основной недостаток данного подхода заключается в том, что характерные структурные особенности, присущие каждому индивидуальному профилю, могут существенно искажаться и даже полностью отсутствовать на результирующем среднем профиле, полученном традиционным методом.

Так, например, при осреднении двух профилей со ступенчатым распреде-



Р и с . 1 . Осреднение двух температурных профилей: фрагменты индивидуальных профилей (а). Разметка оси абсцисс соответствует температуре в °С для левого профиля, значения температуры для правого профиля увеличены на 2 °С; результат осреднения представленных профилей «традиционным» способом (осреднение осуществляется вдоль оси абсцисс) (б).

лением какого-либо параметра (например, сезонного термоклина) в результирующем среднем профиле возможно появление вместо единственной – двух ступеней (рис.1). При осреднении большего количества подобных профилей количество структурных особенностей может увеличиваться или, наоборот, приводить к такому искажению картины, что на ней полностью исчезают особенности, присущие каждому индивидуальному профилю.

Феномен эффекта расщепления и смазывания структурных особенностей аналогичен феномену на картине, полученной при стробоскопической съёмке движущихся объектов. Как правило, количество объектов на результирующем снимке равно количеству стробоскопических вспышек, либо индивидуальные особенности движущегося объекта полностью размыты.

В гидрофизике такое движение по вертикали может быть обусловлено действиями внутренних волн. Пространственная изменчивость глубины залегания структурных особенностей также может быть связана с горизонтальными градиентами – бароклинностью (термоклинностью, халоклинностью) – фоновой структуры (например, вблизи фронтальных зон).

С математической точки зрения эффект смещения элементов жидкости в пространстве описывает адвективный член $(u\nabla)$ в выражении для оператора субстанциональной (индивидуальной) производной [4]

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (u\nabla), \quad (1)$$

где $u(t, x) = x(t)$ – скорость течения жидкости в точке x в момент времени t .

Если ограничиться движениями только вдоль вертикальной координаты z , то оператор индивидуальной производной запишется в виде:

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad (2)$$

где w – вертикальная скорость.

Главное отличие операторов (1), (2) от временной производной в твёрдом теле – наличие последнего члена в (1) и (2), который отражает изменение положения элементов жидкости в пространстве. Благодаря ему и возникает эффект расщепления/смазывания структурных особенностей при традиционном способе осреднения пространственных распределений в гидрофизике.

Чтобы избежать подобных негативных последствий, необходимо модифицировать методику осреднений. Эта методика должна учитывать не только явную зависимость от времени исследуемого параметра, но и обеспечивать учёт возможных вертикальных смещений структурных элементов водного столба. Достичь поставленную цель попытаемся в ходе поэтапного решения следующих задач:

- идентифицируем и приведём в соответствие элементы жидкости (структуры) индивидуальных осредняемых профилей;
- рассчитаем осреднённые глубины залегания этих элементов;
- для каждого элемента рассчитаем среднее значение интересующего параметра – оно и должно быть присвоено его средней глубине.

Для идентификации элементов вертикальной структуры столба жидкости желательно использовать какой-либо скалярный параметр среды, значение которого однозначно определяет жидкий элемент. Такие скалярные параметры в гидрофизике называются лагранжевыми инвариантами.

Основное свойство лагранжева инварианта, вытекающее из его определения – он пассивно переносится движущейся жидкостью. То есть, его значение остаётся постоянным для каждой индивидуальной жидкой частицы, а изменяется лишь её местоположение.

В качестве такого инварианта при выводе теоремы Россби-Эртеля для потенциального вихря в [5, 6] использовалась плотность для стратифицированного океана и потенциальная температура для атмосферы.

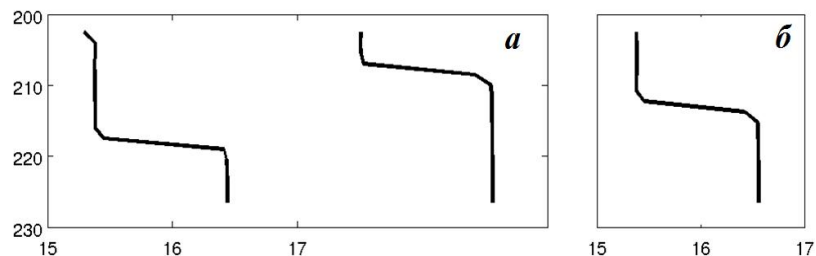
В случае стратифицированной жидкости поверхности постоянной плотности называются изопикническими. Они нигде не пересекаются и разделяют жидкость на слои.

Неоднородности в стратифицированном (расслоённом) океане вытянуты преимущественно по горизонтали. Их горизонтальный масштаб на несколько порядков превышает вертикальный, формируя элементы так называемой тонкой структуры. В том случае, когда речь идёт о горизонтальном пространственном осреднении характеристик вертикальной стратификации, будем считать структуру замороженной во времени и зависящей только от горизонтальной и вертикальной координаты.

При горизонтальном осреднении, как и в случае с временным осреднением, в качестве лагранжева инварианта предлагается использовать значение плотности жидкости. Дополнительное преимущество такого выбора в обоих случаях диктуется тем, что плотность жидкости, как правило, является монотонной функцией глубины. Следовательно, существует взаимно однозначная связь глубины z и плотности ρ , предполагающая наличие обратной функции $Z(\rho)$.

Используя индивидуальные $Z(\rho)$ для каждого профиля, можно рассчитать осреднённые глубины залегания $\bar{Z} = \langle Z \rangle$ различных жидких элементов вертикальной структуры. Пример такого расчёта представлен на рис.2. Следует обратить внимание на качественное отличие результатов осреднения, представленных на рис.1, б и 2, б.

Наконец, в качестве среднего вертикального распределения искомого параметра будем использовать его среднее (в данном случае изопикническое)



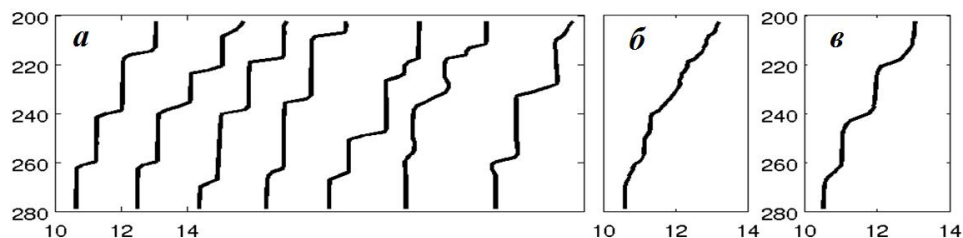
Р и с . 2 . Осреднение глубин залегания элементов стратификации для двух профилей плотности: фрагменты индивидуальных профилей плотности (а). Разметка оси абсцисс соответствует условным единицам плотности для левого профиля, значения плотности для правого профиля увеличены на 2 у.е.; профиль средних значений глубин залегания изопикн (осреднение осуществляется вдоль оси ординат) (б).

значение для каждого жидкого элемента, присвоенное средней глубине залегания этого элемента.

Преимущества предлагаемой методики по сравнению с традиционным подходом демонстрируются на рис.3. В качестве исходных данных использован фрагмент разреза, выполненного в северо-западной части тропической Атлантики между точками (10,030° с.ш., 49,875° з.д.) и (10,355° с.ш., 50,758° з.д.). Тонкая структура полей температуры и солёности в этом районе характеризуется ступенчатым расслоением главного пикноклина, которое прослеживается на тысячи километров и обусловлено конвекцией солевых пальцев [7, 8].

На рис.3 слева показаны индивидуальные профили температуры. Затем профили, осреднённые «традиционным» способом и по предлагаемой методике. Обращает на себя внимание, что на среднем профиле, построенном «традиционно», практически полностью отсутствуют структурные особенности (ступеньки) индивидуальных профилей. Тогда как на профиле, построенном по предлагаемой методике, они есть в наличии. Заметим, что эффект обработки профилей солёности аналогичен.

Теперь средние вертикальные распределения гидрофизических параметров, сохраняя исходную структуру, содержат информацию о средних



Р и с . 3 . Осреднение серии температурных профилей (10,030° с.ш., 49,875° з.д.) – (10,355° с.ш., 50,758° з.д.): фрагменты индивидуальных профилей (а). Разметка оси абсцисс соответствует температуре в °С для самого левого профиля, значения температуры для каждого последующего профиля увеличены на 2 °С; результат осреднения представленных профилей «традиционным» способом (б), результат осреднения по методике, предложенной в данной работе (в).

диапазонах глубин тонкоструктурных особенностей, среднем тепло- и соле-содержании однородных слоёв. Традиционный подход этого не позволял.

Данная методика, основываясь на общих термодинамических принципах, применима также к атмосфере и к лабораторным экспериментам. Кроме того, использование плотности в качестве лагранжева инварианта не является обязательным. Главное преимущество такого выбора продиктовано её монотонной зависимостью от глубины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A description of a three-dimensional ocean circulation model / Three-Dimensional Coastal Ocean Models / Ed. N.S.Heaps.– Washington, DC: American Geophysical Union, 1987.– 208 p.
2. *Mellor G.L.* User's Guide for a Three-dimensional, Primitive equation, Numerical Ocean Model Version 1998.– Princeton, Princeton University, 1998.– 41 p.
3. *Brian Doty* The Grid Analysis and Display System. GrADSV1.5.1.12.– 1995. <http://www.doty@cola.iges.org>).
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. т.VI. Гидродинамика. 3-е изд., испр.– М.: Наука, 1986.– 736 с.
5. *Rossby C.-G.* Planetary flow patterns in the atmosphere. Quart. // J. Roy. Meteorol. Soc.– 1940.– v.66 (Suppl.)– P.68-87.
6. *Haynes P.H., McIntyre M.E.* On the Evolution of Vorticity and Potential Vorticity in the Presence of Diabatic Heating and Frictional or Other Forces // J. Atmos. Sci.– 1987.– v.44(4), № 1.– P.828-840.
7. *Охотников И.Н., Погребной А.Е.* Тонкая вертикальная структура на термохалинном фронте в области ступенчатого расслоения // Изв. АН СССР. Сер. Гидрофиз. ФАО.– 1993.– т.28, № 12.– С.1218-1222.
8. *Пантелеев Н.А., Козлов А.Н., Погребной А.Е.* О расчёте вертикальных потоков плавучести, обусловленных конвекцией солевых пальцев // Океанология.– 1993.– т.33, вып.4.– С.501-506.

Материал поступил в редакцию 17.11.2014 г.

АНОТАЦІЯ На основі аналізу проблем, що виникають при використанні традиційної процедури осереднення вертикальних профілів гідрофізичних характеристик, зроблено висновок про необхідність урахування вертикальних зсувів елементів рідкості. Для цього запропоновано використовувати лагранжевих інваріанти, зокрема – осередненого фонове розподіл поля щільності. Це дозволяє розрахувати осередненого глибини залягання різних рідких елементів вертикальної структури. В якості середнього вертикального розподілу шуканого параметра використовується його середнє значення для кожного рідкого елементу, присвоєне середній глибині залягання цього елемента.

ABSTRACT Analyzing the problems encountered when using traditional procedure of averaging the vertical profiles of hydrophysical parameters, it was drawn a conclusion to take into account the vertical displacement of the liquid-elements. To do this, it is proposed to use the Lagrange invariants, in particular, the averaging background of the density field distribution. This allows calculating the occurrence depths of the various elements of the vertical liquid structure. As the average vertical distribution of required parameter the average value for each fluid element assigned average depth of the element is used.