

М.В.Билюнас, С.Ф.Доценко

Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОЛИВАХ ЧЕРНОГО МОРЯ

Рассмотрена плоская задача о прогрессивных гравитационных внутренних волнах в горизонтальном двухслойном течении Кельвина-Гельмгольца. Найдено аналитическое решение задачи и условия существования внутренних волн. Для течений с параметрами, типичными для пролива Босфор и Керченского пролива, рассчитаны характеристики бароклинных волн. В пространстве волновых чисел определены диапазоны устойчивости и неустойчивости двухслойных течений с характерными для этих проливов параметрами относительно малых возмущений в форме прогрессивных волн.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: течения в проливах, бароклинная неустойчивость, внутренние волны, жидкость двухслойная, решения аналитические, пролив Босфор, Керченский пролив

Введение. Режим течений в проливах, соединяющих моря между собой или с океаном, своеобразен. Через эти проливы происходит активный водообмен между морскими бассейнами. Керченский пролив реализует водообмен через Азовское и Черное моря. Система проливов – Босфор, проточное Мраморное море и Дарданеллы – соединяет Черное море со Средиземным. Известно, что во всех этих проливах существует система двухслойных, как бы двухъярусных, водных потоков противоположного направления [1 – 4]. В рамках линейной теории исследуем неустойчивость таких двухслойных течений относительно возмущений в виде внутренних прогрессивных волн.

Постановка задачи. В вертикальной плоскости Oxz , где x – горизонтальная, z – вертикальная координаты, рассматривается горизонтальное двухслойное течение идеальной несжимаемой жидкости, скорости которого U_1 и U_2 постоянны в слоях, но противоположны по направлению. Глубина и плотность верхнего слоя равны h_1 и ρ_1 , нижнего – h_2 и ρ_2 соответственно. Общая глубина потока H (рис.1).

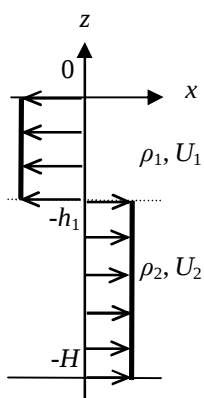


Рис. 1. Схема задачи.

Нестационарные внутренние волны в двухслойном течении идеальной жидкости в области $-\infty < x < +\infty$, $-H < z < 0$, описываются системой 6 линеаризованных относительно среднего течения уравнений с зависящими от вертикальной координаты z коэффициентами:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial \bar{p}_j}{\partial x} \quad (j=1,2), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{w}_j}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial \bar{p}_j}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}_j}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где $\bar{u}_j(x, z, t)$ – малые возмущения горизонтальной скорости потока в верхнем ($j = 1$) и нижнем ($j = 2$) слоях; $\bar{w}_j(x, z, t)$ – вертикальная скорость; $\bar{p}_j(x, z, t)$ – динамические возмущения гидростатического давления жидкости.

Систему уравнений (1) – (3) необходимо дополнить граничными условиями. На невозмущенной поверхности жидкости $z = 0$ и дне бассейна $z = -H$ при всех $x \in (-\infty, +\infty)$ и $t \geq 0$ должны выполняться условия «твердой крышки» или скольжения (непротекания) жидкости:

$$\bar{w}_1 = 0 \quad (z = 0), \quad \bar{w}_2 = 0 \quad (z = -H). \quad (4)$$

На границе раздела слоев $z = -h_1$ задаются два условия согласования решений в слоях – кинематическое и динамическое:

$$\bar{w}_1(-h_1) = \frac{\zeta_t + U_1 \zeta_x}{\zeta_t + U_2 \zeta_x} \cdot \bar{w}_2(-h_1), \quad (5)$$

$$\bar{p}_1|_{z=-h_1+0} - \rho_1 g \zeta = \bar{p}_2|_{z=-h_1-0} - \rho_2 g \zeta, \quad (6)$$

где $\zeta(x, t)$ – смещение скачка плотности от горизонтального положения $z = -h_1$, g – ускорение свободного падения.

Переход к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрим прогрессивные внутренние волны вида

$$\{\bar{u}_j, \bar{p}_j, \zeta\} = \{u_j(z), p_j(z), a\} \cos(kx - \sigma t), \quad \bar{w}_j = w_j(z) \sin(kx - \sigma t), \quad (7)$$

где k и σ – волновое число и частота волны, связанные между собой подлежащим нахождению дисперсионным соотношением; u_j, w_j, p_j – неизвестные амплитудные функции; a – неизвестная амплитуда смещений скачка плотности. Подстановка выражений (7) в (1) – (6) и исключение из полученных соотношений всех неизвестных функций кроме $w_{1,2}$ приводят к краевой задаче для нахождения собственных значений $\sigma = \sigma(k)$ и соответствующих им распределений по z амплитудных функций полей вертикальной скорости в слоях

$$w_1'' - k^2 w_1 = 0 \quad (-h_1 < z < 0), \quad (8)$$

$$w_2'' - k^2 w_2 = 0 \quad (-H < z < -h_1), \quad (9)$$

$$w_1(0) = 0, \quad (10)$$

$$w_1(-h_1) = \theta \cdot w_2(-h_1), \quad w_2'(-h_1) - \eta \cdot w_2(-h_1) - \gamma \theta w_1'(-h_1) = 0, \quad (11)$$

$$w_2(-H) = 0, \quad (12)$$

где штрих означает производную по вертикальной координате z ;

$$\eta = \frac{\varepsilon g}{(U_2 - c)^2}, \quad \theta = \frac{U_1 - c}{U_2 - c}, \quad \gamma = \rho_1 / \rho_2, \quad \varepsilon = 1 - \gamma$$

$c = \sigma / k$ – фазовая скорость внутренней волны. При $c > 0$ волна распространяется вправо, при $c < 0$ – влево.

Решение задачи получаем в виде дисперсионной зависимости

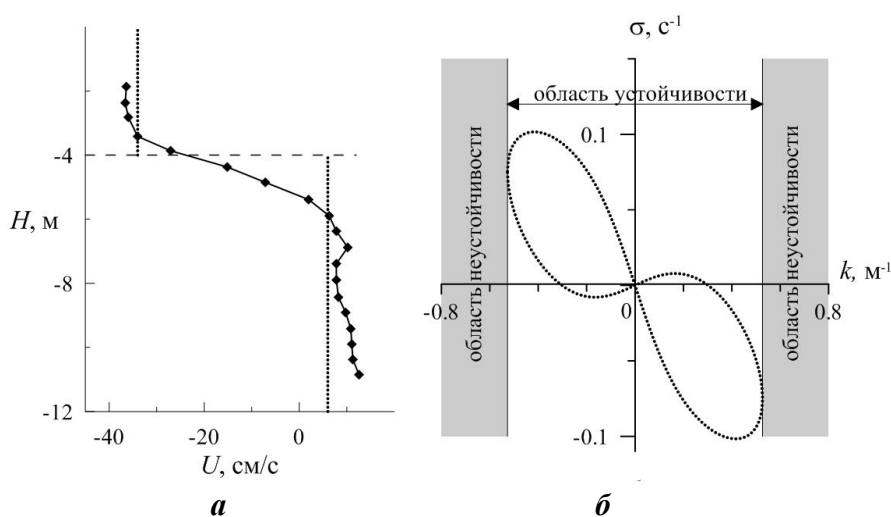
$$\sigma = \frac{(\gamma a_1 U_1 + a_2 U_2)k \pm \sqrt{\Delta(k)}}{\gamma a_1 + a_2}, \quad (13)$$

где $a_j = \text{cth} k h_j$, $\Delta = \varepsilon g (\gamma a_1 + a_2) k - \gamma a_1 a_2 \delta^2 k^2$, $\delta = U_1 - U_2$.

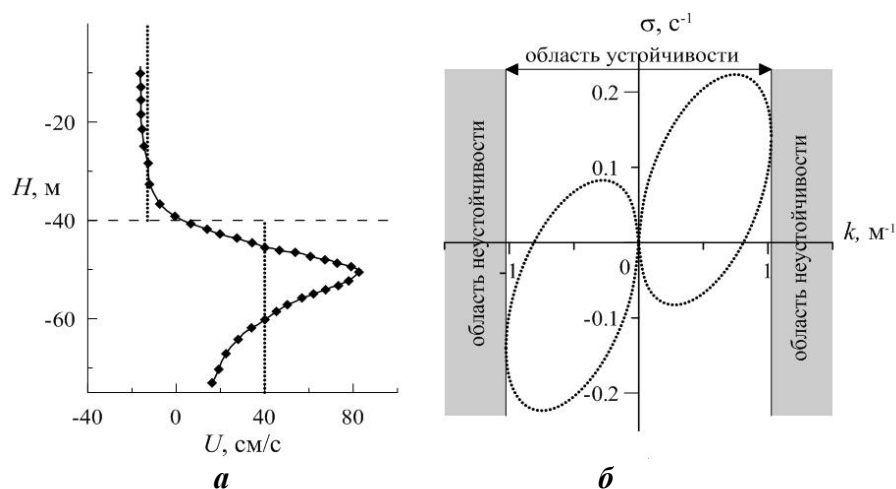
Другие модельные распределения скорости течения, допускающие аналитические решения, рассмотрены в работе [5].

Линейная неустойчивость двухслойных сдвиговых течений относительно внутренних волн. Остановимся на анализе линейной неустойчивости малых возмущений в форме внутренних прогрессивных волн, распространяющихся в рассмотренном выше двухслойном течении. Неустойчивость возникает при значениях параметров, при которых частота волны, найденная из дисперсионного соотношения, имеет ненулевую мнимую часть [6]. В случае дисперсионной зависимости (13) неустойчивые внутренние волны с экспоненциальным ростом амплитуды существуют при условии $\Delta < 0$. Граница нейтральной устойчивости определяется из уравнения $\Delta = 0$.

На рис.2, *а* маркированной линией изображен профиль скорости течения, измеренный в Керченском проливе [2], на рис.2, *б* представлена соответствующая дисперсионная зависимость для внутренних волн, существующих в таком двухслойном течении. Как видно из рисунка, диапазон существования внутренних волн ограничен по волновому числу k . Область устойчивости двухслойного течения Керченского пролива относительно возмущений в виде внутренних прогрессивных волн лежит в диапазоне $|k| \leq 0,527 \text{ м}^{-1}$. Существуют две пары точек блокировки внутренних волн (экстремумы на рис.2, *б*). В этих точках групповая скорость равна нулю, а фазовая отлична от нуля, что указывает на рост амплитуды такой прогрессивной волны со временем. Для распределений скорости, показанных на рис.2, *а*, возможно существование двух или четырех (при $|\sigma| < 0,008 \text{ с}^{-1}$) внутренних волн, распространяющихся вдоль течения в верхнем слое (в направлении Черного моря) или вдоль течения в нижнем слое (в направлении Азовского моря).



Р и с . 2 . Распределение скорости течения в Керченском проливе (помечено ромбами), его двухслойная аппроксимация (пунктирная линия) (*а*) и соответствующая им дисперсионная зависимость (*б*) для внутренних волн. Плотности жидкости в слоях: $\rho_1 = 1005,7 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $\rho_2 = 1010,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$.



Р и с . 3. Профиль скорости течения в проливе Босфор (сплошная линия с ромбиками) и его аппроксимация двухслойным течением (пунктирная линия) (а) и соответствующая им дисперсионная зависимость (б) для внутренних волн, возникающих в таком течении ($\rho_1 = 1013 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, $\rho_2 = 1028 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$).

Случай внутренних волн в северной части пролива Босфор [3] изображен на рис.3. Область существования внутренних волн также ограничена, но шире, чем в предыдущем случае, за счет стабилизирующего действия сильной стратификации. Течение устойчиво относительно волновых возмущений при $|k| \leq 1,026 \text{ м}^{-1}$. Стоит отметить, что в случае пролива Босфор можно наблюдать и, наоборот, сужение области устойчивости течения из-за больших величин скорости потоков. Так, в устье пролива Босфор при соответствующих ветровых и гидрологических условиях, скорость верхнего течения может достигать $1,5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$, а нижнего – $0,89 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ [4]. Аналогично рис.2, б, на рис.3, б существуют две пары точек блокировки внутренних волн. В частотных диапазонах $(-0,22; -0,08)$ и $(0,08; 0,22)$ могут существовать только две внутренние волны, распространяющиеся вдоль нижнего течения. При $|\sigma| < 0,08 \text{ с}^{-1}$ существуют четыре волны, две из которых распространяются в направлении Мраморного моря, а другие две – в направлении Черного.

Выводы. Рассмотрена плоская задача о свободных прогрессивных гравитационных волнах в горизонтальном двухслойном течении. Найдены аналитическое решение задачи и условия существования внутренних волн. Для течений, типичных для пролива Босфор и Керченского пролива, определены характеристики прогрессивных внутренних волн, в частности, диапазоны (в пространстве волновых чисел) устойчивости двухслойного течения относительно малых возмущений. Для заданной частоты волны установлено существование от двух до четырех прогрессивных волн различной направленности и четырех точек блокировки. Течение в проливе Босфор неустойчиво для волновых чисел $|k| > 1,026 \text{ м}^{-1}$, а в Керченском проливе при $|k| > 0,527 \text{ м}^{-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Евгенов Н.И.* Морские течения.– Л.: Гидрометеиздат, 1957.– 110 с.
2. *Морозов А.Н., Лемешко Е.М., Иванов В.А., Шутков С.А., Зима В.В.* Течения в Керченском проливе по данным ADCP наблюдения 2008 – 2009 гг. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зоны и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2010.– вып.22.– С.253-267.
3. *Jarosz E., Teague W.J., Book J.W., Beşiktepe Ş.* On flow variability in the Bosphorus Strait // J. Geophys. Res.– 2011.– 116, C08038.– P.1-17.
4. *Сухолей В.Ф., Рубан И.Г., Ибришин А.Н.* О водообмене Черного моря со Средиземным и скоростях течений в проливе Босфор // Украинский гидрометеорологический журнал.– 2012.– № 10.– С.207-215.
5. *Билюнас М.В., Доценко С.Ф.* Прогрессивные внутренние волны в двухслойном течении с вертикальным сдвигом скорости // Морской гидрофизический журнал.– 2012.– № 4.– С.36-49.
6. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Т.2.– М.: Мир, 1981.– 365 с.

Материал поступил в редакцию 10.07.2013 г.

АНОТАЦІЯ Розглянуто плоску задачу про прогресивні гравітаційні внутрішні хвилі у горизонтальній двошаровій течії Кельвіна-Гельмгольца. Знайдено аналітичне рішення задачі та умови існування внутрішніх хвиль. Для течій з параметрами, типовими для протоки Босфор і Керченської протоки, розраховані характеристики бароклічних хвиль. У просторі хвильових чисел визначені діапазони стійкості і нестійкості двошарових течій з характерними для цих проток параметрами відносно малих збурень у формі прогресивних хвиль.

ABSTRACT The plane problem of the progressive internal gravity waves in a horizontal two-layer Kelvin-Helmholtz flow is considered. The analytical solution of the problem and the conditions of existence of internal waves are found. For the flows with the typical parameters for the Bosphorus Strait and the Strait of Kerch, characteristics of baroclinic waves are calculated. The stability and instability regimes of two-layer currents with characteristic parameters of these straits with respect to small wave disturbances are found in the space of wave numbers.