

ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ «ОКЕАН-АТМОСФЕРА»

УДК 551.465

С.Г. Демышев, Н.В. Маркова, Г.К. Коротаев

Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ В ЧЕРНОМ МОРЕ В СЕНТЯБРЕ 2005 г. ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯХ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФфуЗИИ И ВЯЗКОСТИ ПО ВЕРТИКАЛИ

Приводится сравнение параметризаций вертикальной турбулентной вязкости и диффузии по формулам Филандера-Пакановского и модели Меллора-Ямады при численном моделировании динамики Черного моря в штормовой ситуации в сентябре 2005 г. При сильном ветре динамический отклик моря, при использовании параметризации Филандера-Пакановского, сосредоточен в приповерхностном 10-метровом слое, что приводит к нереальным скоростям течений. Показано, что параметризация Меллора-Ямады обеспечивает адекватное описание течений в верхнем слое моря и более быстрый отклик на атмосферное воздействие.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *Черное море, гидродинамика, численное моделирование, турбулентная вязкость, диффузия, параметризация Филандера-Пакановского, Меллора-Ямады, атмосферный форсинг, квазитропический циклон.*

Введение. Правильное описание процессов, происходящих в верхнем перемешанном слое Черного моря, принципиально важно для адекватного воспроизведения морской термодинамики и, следовательно, для прогноза его состояния.

Формирование и эволюция верхнего слоя в модели динамики [1, 2] ранее описывались на основе аппроксимации Филандера-Пакановского [3]. В серии численных расчетов (например, в работе [2]) было показано, что в случае гладкой структуры атмосферных полей использование этого приближения оправданно. В то же время, при резких изменениях атмосферной ситуации аппроксимация Филандера-Пакановского приводит к неадекватным результатам. В первую очередь, это связано с тем, что в приближении Филандера-Пакановского, в отличие от параметризации Меллора-Ямады [4], при расчете коэффициентов турбулентности влияние атмосферного воздействия учитывается опосредованно, через число Ричардсона. Для реализации численной модели оперативного прогноза течений в море, когда необходимо учитывать реальную изменчивость атмосферного воздействия, такой недостаток должен быть преодолен.

Параметризация Меллора-Ямады 2.5 используется в численной модели динамики океана, разработанной в Принстонском университете [5]. Эта мо-

дель выписана в σ -системе координат и применяется для решения задач диагноза и прогноза состояния морской среды. В отличие от нее, в данной работе на основе подхода Меллора-Ямады реализована численная схема расчета коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии для трехмерной модели оперативного прогноза течений в Черном море в z -системе координат. В работе [6] проведен анализ конечно-разностных аналогов уравнений для кинетической энергии турбулентности и макромасштаба турбулентности. На основе сопоставления результатов прогностических экспериментов с данными наблюдений выбрана лучшая аппроксимация слагаемого, описывающего генерацию энергии турбулентности.

Цель настоящей работы – провести сопоставление двух подходов [3, 4] для параметризации вертикальной турбулентной вязкости и диффузии. Для их сравнения были проведены численные эксперименты в период прохождения над юго-западной частью Черного моря интенсивного атмосферного циклона 25 – 29 сентября 2005 года. Он представлял собой мезомасштабный вихрь, который характеризовался небольшими горизонтальными размерами (порядка 100 км) и значительной орбитальной скоростью.

Проведено два численных прогностических эксперимента с различными параметризациями турбулентной вязкости и диффузии по вертикали и сопоставлены их результаты.

Постановка задачи. Уравнения модели. Система уравнений модели в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды имеет вид (ось z направлена вертикально вниз) [1]:

$$u_t - (\xi + f)v + wu_z = -g\rho_0\zeta_x - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_x + (v_V u_z)_z - \nu_H \nabla^4 u, \quad (1)$$

$$v_t + (\xi + f)u + wv_z = -g\rho_0\zeta_y - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_y + (v_V v_z)_z - \nu_H \nabla^4 v, \quad (2)$$

$$P = g\rho_0\zeta + g \int_0^z \rho d\mu = g\rho_0\zeta + P^1, \quad (3)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (4)$$

$$\zeta_t + \int_0^H (u_x + v_y) dz = (Pr - Ev) / \rho_1, \quad (5)$$

$$T_t + (uT)_x + (vT)_y + (wT)_z = -\kappa^H \nabla^4 T + (\kappa^T T_z)_z, \quad (6)$$

$$S_t + (uS)_x + (vS)_y + (wS)_z = -\kappa^H \nabla^4 S + (\kappa^S S_z)_z, \quad (7)$$

$$\rho = \alpha_1^T + \alpha_1^S S + \alpha_2^T T^2 + \alpha_2^S S^2 + \alpha^{TS} TS. \quad (8)$$

Для расчета коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии по вертикали используются два подхода. В первом (I) рассматривается аппроксимация Филандера-Пакановского [3], во втором (II) – параметризация Меллора-Ямады 2.5 [4].

В соответствии с приближением Филандера-Пакановского коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии по вертикали имеют вид:

$$\begin{aligned}
\nu &= \nu_0(1 + Ri)^{-2} + \nu_1^V, \\
\kappa^S &= [(\nu_0(1 + Ri)^{-2} + \nu_1)](1 + Ri)^{-1} + \kappa_1^S, \\
\kappa^T &= [(\nu_0(1 + Ri)^{-2} + \nu_1)](1 + Ri)^{-1} + \kappa_1^T,
\end{aligned} \tag{9}$$

где $Ri = (g / \rho_0) \partial \rho / \partial z [(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2]$ – число Ричардсона, и в классическом варианте $\nu_0, \nu_1, \nu_1^V, \kappa^S, \kappa^T$ – известные постоянные.

Проведенные ранее специализированные расчеты [7] показали, что при большом числе Ричардсона минимальные значения коэффициентов турбулентной диффузии по вертикали для температуры и солёности (κ^T, κ^S) должны зависеть от времени и от глубины.

В соответствии с теорией Меллора-Ямады 2.5 [4] для определения коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии (ν^V, κ^V) необходимо знать кинетическую энергию турбулентности ($e^2 / 2$) и макромасштаб турбулентности (l), уравнения для которых записываются следующим образом:

$$\frac{de^2}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^V \frac{\partial e^2}{\partial z} \right) + 2\nu^V \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_0} \kappa^V \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{2e^3}{B_1 l} + \nu^e \nabla^4 e^2, \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d(e^2 l)}{dt} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^V \frac{\partial (e^2 l)}{\partial z} \right) + l E_1 \nu^V \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \\
&+ \frac{l E_3 g}{\rho_0} \kappa^V \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{e^3}{B_1} H + \nu^e \nabla^4 (e^2 l),
\end{aligned} \tag{11}$$

где H – эмпирическая функция и E_1, E_3 – эмпирические константы.

Соответствующие соотношения для расчета коэффициентов имеют вид

$$\nu^V = l e S_H, \quad \kappa^V = l e S_M, \tag{12}$$

где S_H, S_M – функции устойчивости, которые определяются из эмпирических соотношений [4].

Эта система уравнений должна быть дополнена соотношением для расчета μ^V :

$$\mu^V = l e S_e, \tag{13}$$

где эмпирическая константа $S_e = 0,2$.

Поставим краевые условия для системы уравнений (1) – (11).

На поверхности при $z = 0$:

$$\nu_V u_z = -\tau^x, \quad \nu_V v_z = -\tau^y, \quad \kappa^T T_z = Q^T, \quad \kappa^V S_z = \frac{Ev - Pr}{\rho_1} S_0 + \beta(S^{cl} - S_0), \tag{14}$$

$$e^2 = B_1^{2/3} \left[(\tau^x + \tau^y) / \rho_0^2 \right]^{1/2}, \quad e^2 l = 0. \quad (15)$$

На боковой границе ставится условие отсутствия потоков.

На дне при $z = H(x, y)$:

$$u = v = w = 0, \quad T_z = S_z = 0. \quad (16)$$

$$e^2 = 0, \quad e^2 l = 0. \quad (17)$$

На твердых боковых стенках:

для меридиональных участков границы:

$$u = \nabla^2 u = v_x = \nabla^2 v_x = 0, \quad T_x = (\nabla^2 T)_x = S_x = (\nabla^2 S)_x = 0, \quad (18)$$

для зональных участков границы:

$$v = \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0, \quad T_y = (\nabla^2 T)_y = S_y = (\nabla^2 S)_y = 0. \quad (19)$$

На участках границы, где вода втекает, используются условия Дирихле:

для меридиональных участков:

$$u = u^p, \quad \nabla^2 u = v_x = \nabla^2 v_x = 0, \\ T = T^p, \quad S = S^p, \quad (\nabla^2 T)_x = (\nabla^2 S)_x = 0, \quad (20)$$

для зональных участков:

$$v = v^p, \quad \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0, \\ T = T^p, \quad S = S^p, \quad (\nabla^2 T)_y = (\nabla^2 S)_y = 0. \quad (21)$$

Для верхнебосфорского течения и для Керченского пролива, когда течение направлено из Черного моря в Азовское:

$$v = v^s, \quad \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0, \\ T_x = 0, \quad S_x = 0, \quad (\nabla^2 T)_y = (\nabla^2 S)_y = 0. \quad (22)$$

Для e^2 и $e^2 l$ на боковых границах ставится условие отсутствие потоков.

В выражениях (1 – 22) приняты следующие обозначения: u, v, w – компоненты вектора скорости, направленные вдоль осей x, y, z соответственно; $\xi = v_x - u_y$, $E = \rho_0(u^2 + v^2)/2$, Pr – скорость выпадения осадков, Ev – скорость испарения воды с поверхности моря, ρ_1 – плотность морской воды, (τ^x, τ^y) – касательное напряжение трения ветра, Q^T – поток тепла, S_0 – поверхностная соленость, S^{cl} – климатическая соленость, β – параметр релаксации. Остальные обозначения общепринятые.

Смешанное краевое условие для солёности (третье соотношение в (14)) вводится из следующих соображений. Проведенные специализированные эксперименты показали, что данные по осадкам и испарениям содержат большие ошибки, и при интегрировании уравнений модели структура поля солёности в верхнем слое моря искажается. Для предотвращения этого эффекта используется краевое условие (14), в котором ассимилируется климатическая солёность на поверхности. Релаксационный параметр β означает скорость приспособления модельного поля к климатическому. По результатам расчетов его значение выбрано равным $0,0011574 \text{ см с}^{-1}$, что соответствует скорости приблизительно 1м в сутки.

В (18) – (22) введены следующие обозначения: u^p, v^p, v^s – горизонтальные скорости в устьях рек (индекс p) и проливах (индекс s) соответственно; T^p, S^p – температура и солёность речных вод.

В качестве начальных полей при $t = t^0$ взяты трехмерные климатические поля Черного моря, соответствующие 25 сентября, полученные в работе [8]:

$$\begin{aligned} u &= u^{cl}(x, y, z), \quad v = v^{cl}(x, y, z), \quad \zeta = \zeta^{cl}(x, y), \\ T &= T^{cl}(x, y, z), \quad S = S^{cl}(x, y, z), \end{aligned} \quad (23)$$

$$e = e^0, \quad l = l^0 \quad (24)$$

где индекс cl означает климатические поля из [8].

Система уравнений (1) – (11) с соответствующими краевыми (12)–(22) и начальными (23) – (24) условиями решалась численно.

Конечно-разностная формулировка модели. Конечно-разностная схема модели выписана на сетке C (терминология работы [5]). Она обладает вторым порядком аппроксимации по времени и, с точностью до равномерного шага, вторым – по пространству.

Из записанных в традиционной форме уравнений движения не следует схема, обладающая двумя квадратичными инвариантами в баротропном приближении для уравнений мелкой воды [9]. Поэтому используется запись уравнений движения в форме Громеки-Лэмба, которая позволяет получить разностную схему для уравнений движения, сохраняющую в баротропном приближении с точностью до аппроксимации по времени полную энергию и потенциальную энтропию [9, 10].

При аппроксимации уравнения для возвышения свободной поверхности (ζ) была использована полунейная схема [11], которая обеспечила возможность проведения расчетов с большим по сравнению, например, с моделью [12] шагом по времени.

При расчетах с высоким пространственным разрешением для достижения вихреразрешения необходимо было уменьшить трение для крупномасштабных и синоптических движений, для чего использовалось бигармоническое представление горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии.

Окончательно дифференциально-разностная формулировка модели (дифференциальная по времени) имеет вид:

$$du_{i+1/2} / dt = [v, \xi]_{i+1/2} - \left(\overline{\overline{w}_{i+1/2}^x} (\delta_z u_{i+1/2}) h_k^{-1} \right) - , \quad (25)$$

$$- \delta_x (E_{i+1/2} + P_{i+1/2}) - v_H \nabla^4 u_{i+1/2} + \delta_z (v^u \delta_z u)$$

$$dv_{j+1/2} / dt = -[u, \xi]_{j+1/2} - \left(\overline{\overline{w}_{j+1/2}^y} (\delta_z v_{j+1/2}) h_k^{-1} \right) - , \quad (26)$$

$$- \delta_y (E_{j+1/2} + P_{j+1/2}) - v_H \nabla^4 v_{j+1/2} + \delta_z (v^v \delta_z v)$$

$$P = g\rho_0 \zeta + g \sum_{l=1}^k \rho_{l+1/2} h_{l+1/2} = g\rho_0 \zeta + P' , \quad (27)$$

$$\delta_x u + \delta_y v + \delta_z w = 0 , \quad (28)$$

$$d\zeta / dt + \sum_k (\delta_x u + \delta_y v) h_k = (Pr - Ev) / \rho_1 , \quad (29)$$

$$dT / dt + \delta_x (F_u^T) + \delta_y (F_v^T) + \delta_z (F_w^T) = \delta_z (\kappa^T \delta_z T) - \kappa_H \nabla_{xy}^2 (\nabla_{xy}^2 T) , \quad (30)$$

$$dS / dt + \delta_x (F_u^S) + \delta_y (F_v^S) + \delta_z (F_w^S) = \delta_z (\kappa^S \delta_z S) - \kappa_H \nabla_{xy}^2 (\nabla_{xy}^2 S) , \quad (31)$$

$$\rho = \rho_0 + \alpha_1^T T + \alpha_1^S S + \alpha_2^T T^2 + \alpha^{ST} ST . \quad (32)$$

В уравнениях (25) – (32) целочисленные значения индексов опущены и использованы разностные операторы (по осям u, z – аналогично).

$$\overline{\overline{\varphi}}_{i,j,k}^x = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} + \varphi_{i-1/2,j,k}}{2} ,$$

$$\delta_x \varphi_{i,j,k} = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} - \varphi_{i-1/2,j,k}}{h_x} , \quad \nabla_{x,y}^2 \varphi_{i,j,k} = \delta_x^2 \varphi_{i,j,k} + \delta_y^2 \varphi_{i,j,k} .$$

В дискретных уравнениях использованы следующие обозначения. В соответствии с работами [9, 10] горизонтальная адвекция в уравнениях (25), (26) расписывается следующим образом:

$$[v, \xi]_{i+1/2,j,k} = \overline{\overline{-v_{i+1/2,j} \xi_{i+1/2,j}^{xy}}}^x + \frac{1}{12} \{ [\delta_x (u_{i+1/2,j} \delta_y \overline{\overline{\xi_{i+1/2,j}^x}})] -$$

$$- \frac{1}{24} [u_{i+1/2,j} \delta_x \delta_y \overline{\overline{\xi_{i+1/2,j}^x}}] - [v_{i+1,j+1/2} \delta_y \overline{\overline{\xi_{i+1,j}^x}} + v_{i,j-1/2} \delta_y \overline{\overline{\xi_{i,j}^x}} +$$

$$+ v_{i+1,j-1/2} \delta_x \overline{\overline{\xi_{i+1,j}^y}} + v_{i,j+1/2} \delta_x \overline{\overline{\xi_{i,j}^y}}] \} \quad (33a)$$

$$\begin{aligned}
[u, \xi]_{i,j+1/2,k} = & \overline{\overline{u_{i,j+1/2}^x \xi_{i,j+1/2}^{xy}}}^y + \frac{1}{12} \{ [\delta_y(v_{i,j+1/2} \delta_x \overline{\xi_{i,j+1/2}}^y)] - \\
& - \frac{1}{24} [v_{i,j+1/2} \delta_x \delta_y \overline{\xi_{i,j+1/2}}^y] - [u_{i+1/2,j+1} \delta_x \overline{\xi_{i,j+1}}^y + u_{i-1/2,j} \delta_x \overline{\xi_{i,j}}^y + \\
& + u_{i-1/2,j+1} \delta_y \overline{\xi_{i,j+1}}^x + u_{i+1/2,j} \delta_y \overline{\xi_{i,j}}^x] \} . \quad (33б)
\end{aligned}$$

В случае нелинейного уравнения (8) выполнение закона сохранения полной энергии достигается специальной аппроксимацией уравнения гидростатики [10]. Тогда плотность в уравнении (20) аппроксимируется следующим образом

$$\begin{aligned}
\rho_{i,j,k+1,2} = & [\alpha_1^T (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k}) + \alpha_1^S (S_{i,j,k+1} + S_{i,j,k}) + \\
& + \alpha^{TS} (T_{i,j,k} S_{i,j,k+1} + T_{i,j,k+1} S_{i,j,k})] 0,5 + \alpha_2^T T_{i,j,k+1} T_{i,j,k} . \quad (34)
\end{aligned}$$

При использовании приближения Филандера-Пакановского коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии по вертикали аппроксимируются в соответствии с соотношениями (17):

$$\begin{aligned}
\nu_{i+1/2,j,k}^u = & \nu_0 (1 + Ri_{i+1/2,j,k})^{-2} + \nu_1^V, \nu_{i,j+1/2,k}^v = \nu_0 (1 + Ri_{i,j+1/2,k})^{-2} + \nu_1^V, \\
\kappa_{i,j,k}^S = & [(\nu_0 (1 + Ri_{i,j,k})^{-2} + \nu_1) (1 + Ri_{i,j,k})^{-1} + (\kappa_1^S)_k], \quad (35) \\
\kappa_{i,j,k}^T = & [(\nu_0 (1 + Ri_{i,j,k})^{-2} + \nu_1) (1 + Ri_{i,j,k})^{-1} + (\kappa_1^T)_k].
\end{aligned}$$

Заметим, что u и v расписаны в разных относительно друг друга точках, поэтому и коэффициенты вязкости по вертикали ν^u, ν^v определены в (25), (26) соответствующим образом. Коэффициенты κ_1^S и κ_1^T кроме вертикальной координаты зависят также и от времени. Они подбирались для каждого месяца на основе специализированных численных экспериментов [7].

Разностные аналоги уравнений (10), (11) с учетом неявного представления по времени диффузионного члена имеют вид [4, 6]

$$\begin{aligned}
& \frac{\hat{e}_{k+1/2}^{n+1} - \hat{e}_{k+1/2}^{n-1}}{2\tau} + \delta_x (\overline{u_{k+1/2}^n}^z \hat{e}_{k+1/2}^n) + \delta_y (\overline{v_{k+1/2}^n}^z \hat{e}_{k+1/2}^n) + \\
& + \delta_z (\overline{w_{k+1/2}^n}^z \hat{e}_{k+1/2}^n) = \delta_z [(\mu_{k+1/2}^V)^{n-1} \delta_z (\hat{e}_{k+1/2}^{n+1})] + \\
& + 2(\tilde{v}_{k+1/2}^V)^{n-1} \left\{ \left[\delta_z \left(\overline{u_{k+1/2}^{n-1}}^x \right) \right]^2 + \left[\delta_z \left(\overline{v_{k+1/2}^{n-1}}^y \right) \right]^2 \right\} + \\
& + \frac{2g}{\rho_0} (\tilde{\kappa}_{k+1/2}^V)^{n-1} \delta_z (\rho_{k+1/2}^{n-1}) - \frac{2\hat{e}_{k+1/2}^{n+1} (\hat{e}_{k+1/2}^{n-1})^{3/2}}{B_1 \Lambda_{k+1/2}^{n-1}} + \\
& + \nu^e (\delta_x^4 \hat{e}_{k+1/2}^{n-1} + 2\delta_x^2 \delta_y^2 \hat{e}_{k+1/2}^{n-1} + \delta_y^4 \hat{e}_{k+1/2}^{n-1}), \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Lambda_{k+1/2}^{n+1} - \Lambda_{k+1/2}^{n-1}}{2\tau} + \delta_x(\overline{u_{k+1/2}^n}^z \Lambda_{k+1/2}^n) + \delta_y(\overline{v_{k+1/2}^n}^z \Lambda_{k+1/2}^n) + \\
& + \delta_z(\overline{w_{k+1/2}^n}^z \Lambda_{k+1/2}^n) = \delta_z[(\mu_{k+1/2}^V)^{n-1} \delta_z(\Lambda_{k+1/2}^{n+1})] + \\
& + l_{k+1/2}^{n-1} E_1 (\tilde{v}_{k+1/2}^V)^{n-1} \left\{ \left[\delta_z \left(\overline{u_{k+1/2}^{n-1}}^x \right) \right]^2 + \left[\delta_z \left(\overline{v_{k+1/2}^{n-1}}^y \right) \right]^2 \right\} + \\
& + \frac{l_{k+1/2}^{n-1} E_3 g}{\rho_0} (\tilde{\kappa}_{k+1/2}^V)^{n-1} \delta_z(\rho_{k+1/2}^{n-1}) - \frac{\Lambda_{k+1/2}^{n+1} (\tilde{e}_{k+1/2}^{n-1})^{3/2}}{B_1 \Lambda_{k+1/2}^{n-1}} H_{k+1/2} + \\
& + \nu^e (\delta_x^4 \Lambda_{k+1/2}^{n-1} + 2\delta_x^2 \delta_y^2 \Lambda_{k+1/2}^{n-1} + \delta_y^4 \Lambda_{k+1/2}^{n-1}),
\end{aligned} \tag{37}$$

где n – временной уровень и τ – шаг по времени.

Здесь введены следующие обозначения:

$$\tilde{e}_{k+1/2}^n = (e^2)_{k+1/2}^n, \quad \Lambda_{k+1/2}^n = (le^2)_{k+1/2}^n, \quad l_{k+1/2}^n = \frac{\Lambda_{k+1/2}^n}{\tilde{e}_{k+1/2}^n}. \tag{38}$$

В работе [6] анализировались различные аппроксимации коэффициентов ν^V , κ^V и μ^V . На основе сопоставления с данными наблюдений результатов численных экспериментов была выбрана следующая аппроксимация:

$$(\tilde{v}_k^V)^n = \overline{l_k^n}^z \overline{\tilde{e}_k^n}^z (S_H)_k^n, \quad (\tilde{\kappa}_k^V)^n = \overline{l_k^n}^z \overline{\tilde{e}_k^n}^z (S_M)_k^n, \quad (\mu_k^V)^n = \overline{l_k^n}^z \overline{\tilde{e}_k^n}^z S_l. \tag{39}$$

В уравнениях (36), (37) преобразовано предпоследнее слагаемое в правых частях [5]. Цель такого преобразования заключается в следующем. Нетрудно видеть, что эти разностные уравнения сводятся к уравнениям прогонки. Условием их разрешимости является свойство диагонального преобладания. Преобразование последних членов этих уравнений приводит к усилению этого свойства и, следовательно, к повышению устойчивости решения конечно-разностной задачи.

Для анализа численных расчетов необходимо указать на особенность аппроксимаций коэффициентов турбулентности в уравнениях движения и адвекции-диффузии тепла и соли. В соответствии с распределением переменных на сетке S компоненты горизонтальной скорости u и v рассчитываются для разных относительно друг друга узлов. Поэтому, строго говоря, коэффициенты вертикального турбулентного обмена в конечно-разностных аналогах уравнений движения должны быть определены для различных точек сеточной области. В уравнении для u -компоненты ν^V аппроксимируются в точках $(i+1/2, j, k+1/2)$, а в уравнении для v – в точках $(i, j+1/2, k+1/2)$. Поэтому в уравнениях движения они имеют вид:

$$v_{i+1/2,j,k}^V = \overline{\tilde{v}_k^V}^x, \quad v_{i,j+1/2,k}^V = \overline{\tilde{v}_k^V}^y.$$

В свою очередь, коэффициент вертикальной турбулентной диффузии определяется в точках $(i, j, k+1/2)$.

Атмосферные условия в конце сентября 2005 г. над Черным морем.

Для анализа эффективности параметризации Меллора-Ямады при расчетах течений в период интенсивного атмосферного воздействия был выбран конец сентября 2005 года. В этот период над Черным морем наблюдался квазитропический циклон, который характеризовался небольшими горизонтальными размерами (порядка 100 км) и значительной орбитальной скоростью [14].

Эволюция вихря характеризовалась тремя стадиями [14].

Начальная стадия развития циклона – с 0 ч 25 сентября до 12 ч 26 сентября, при которой его радиус составлял 100 – 115 км и максимальная скорость приводного ветра достигала 15 м/с. В его горизонтальной структуре наблюдалась сильная асимметрия с отчетливо выраженными спиральными рукавами неправильной формы.

На втором этапе (с 12 ч 26 сентября до 12 ч 27 сентября) имело место быстрое развитие циклона, когда скорость ветра достигла 24 м/с, а радиус уменьшился до 65 км. Он принял осесимметричную форму.

На третьей стадии (с 12 ч 27 сентября до 12 ч 28 сентября) циклон сохранял квазистационарный характер. Он немного усилился и принял практически круговую форму с радиусом 65 км. Скорость ветра превышала 30 м/с.

В качестве примера на рис. 1 приведено приводное поле ветра в период наиболее интенсивного развития атмосферного вихря [15]. На последней стадии с 12 ч 28 сентября до 0 ч 29 сентября циклон быстро затухал, начал приближаться к берегу и вышел на сушу.

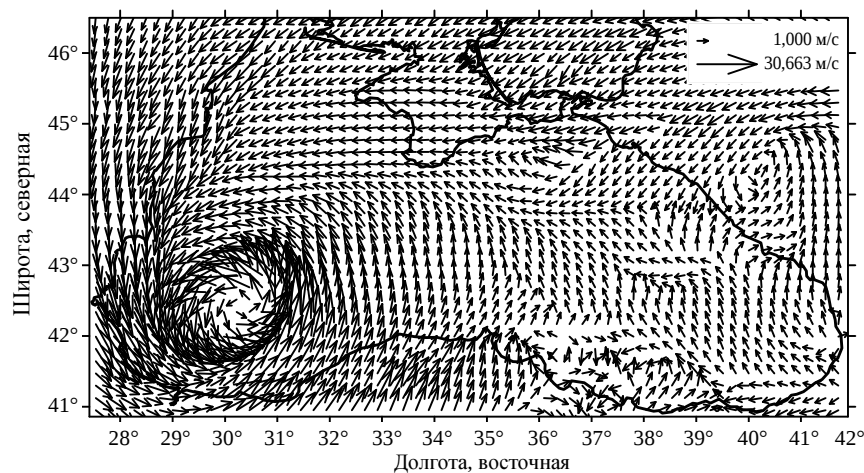


Рис. 1. Поле ветра над Черным морем 27 сентября 2005 г.

Параметры модели. По горизонтали использовано разрешение (5×5) км, по вертикали расчет проводился на 45 горизонтах с глубинами от 2,5 до 2100 м. В первом эксперименте шаг по времени составлял 5 минут, во втором – 1 минуту. Уменьшение шага по времени во втором расчете обусловлено большими значениями коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии при использовании подхода Меллора-Ямады. Так как при больших значениях коэффициентов турбулентности необходимо было значительно уменьшать шаг по времени, то было введено ограничение, равное $500 \text{ см}^2/\text{с}$, которое было получено на основе анализа результатов предварительных специализированных численных экспериментов. В точках, где это значение могло быть превышено, использовалась процедура конвективного перемешивания.

На поверхности моря задается напряжение трения ветра, полученное на основе региональной модели *MM5 (Fifth-Generation Penn State /NCAR Mesoscale Model, NCAR – National Centers of Atmospheric Research)* [16] в отделе взаимодействия атмосферы и океана Морского гидрофизического института НАН Украины [15]. Данные по ветру поступали каждый час с 0 ч 25 сентября по 12 ч 29 сентября, и затем они линейно интерполировались на каждый шаг по времени.

Для задания краевых условий для уравнений переноса-диффузии тепла и соли использовались данные о потоках тепла, осадках и испарений на поверхности моря из работы [17], параметры рек и проливов – из справочно-монографического пособия [18].

Значение коэффициента горизонтального обмена импульсом равнялось $5 \times 10^{17} \text{ см}^4/\text{с}$, коэффициент горизонтальной диффузии в уравнениях адвекции-диффузии тепла и соли – $\kappa_H = 10^{16} \text{ см}^4/\text{с} \cdot 10^{16} \text{ см}^4/\text{сек}$.

В качестве начальных полей использовались климатические поля температуры, солености и скорости на 0 ч 25 сентября, полученные в [8]. Срок интегрирования уравнений модели в обоих расчетах составлял 5 суток: с 0 ч 25 сентября по 12 ч 29 сентября 2005 года. Проведено 2 эксперимента: в первом для расчета коэффициентов вертикальной турбулентной вязкости и диффузии использовалась параметризация Филандера-Пакановского, во втором – Меллора-Ямады 2.5.

Результаты численных расчетов. Рис. 2 демонстрирует поведение средней по горизонтам кинетической энергии в двух экспериментах. В первом варианте кинетическая энергия на поверхности моря (горизонт 2,5 м) значительно превышает свои значения во втором расчете, где она распределяется достаточно равномерно по глубине. Значения E на первом горизонте (см. рис. 2, а) превышают её значения во втором эксперименте в 3 – 4 раза (см. рис. 2, б), что обусловлено слабым перемешиванием по вертикали при использовании приближения Филандера-Пакановского. В свою очередь, непосредственный учет касательного напряжения трения ветра в параметризации Меллора-Ямады приводит к большим вертикальным коэффициентам вязкости, что обеспечивает быстрое перемешивание в верхнем слое моря.

25 – 26 сентября в результате действия ветра в западной части моря наблюдалось усиление циклонического круговорота и формирование в поле уровня пограничного слоя у западного побережья, где его значения достигали 22 см. В зону циклонического вращения вод были вовлечены воды Основного черноморского течения (ОЧТ), начиная от болгарского побережья (на северо-западе) и до центральной части турецкого Анатолийского побережья (на юго-востоке). В дальнейшем усиление ветра привело к значительной интенсификации течений в западной части моря и затем к формированию мощного циклонического вихря, в котором понижение уровня достигло 30 см, и совпадающим с центром западного циклонического круговорота (рис. 3).

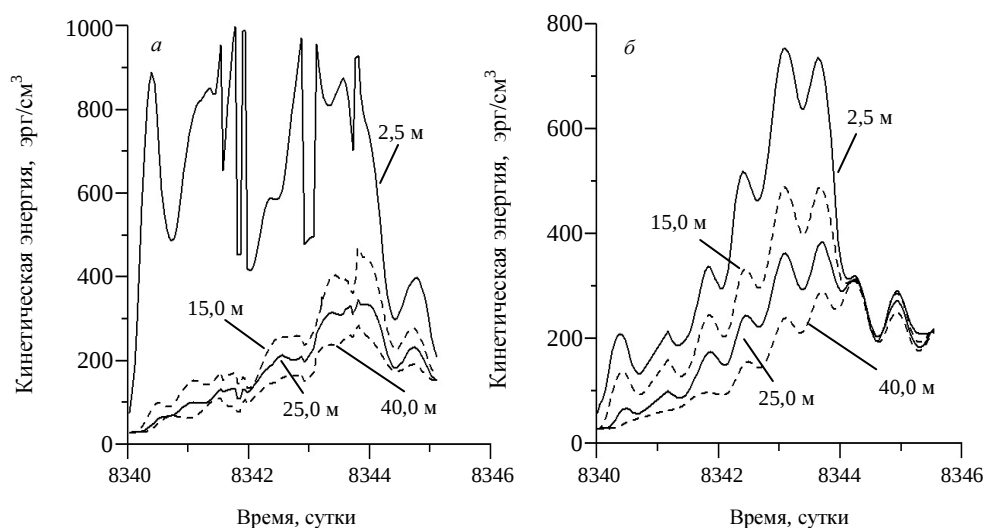


Рис. 2. Средняя по горизонтам кинетическая энергия: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

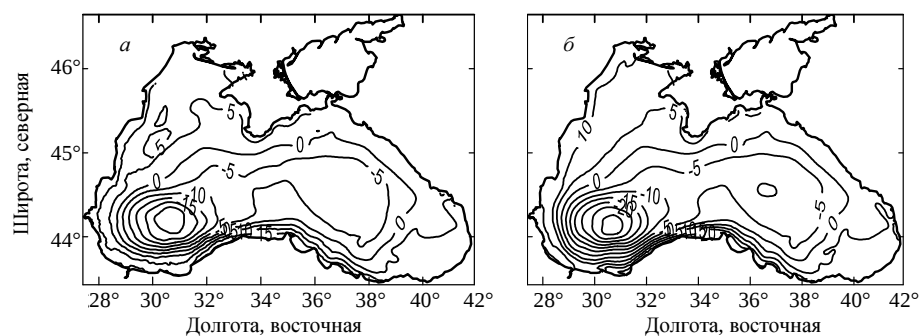


Рис. 3. Поле уровня (см) в 12 ч 28 сентября: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

К этому времени в поле уровня сохранялся интенсивный западный пограничный слой, который в первом варианте выражен более ярко. Значи-

тельно усилилось ОЧТ на западе рассматриваемой области и вдоль Анатолийского побережья, в то время как мощность восточного циклонического круговорота не изменилась.

При использовании параметризации Филандера-Пакановского 25 – 26 сентября максимальная скорость на поверхности моря превысила 256 см/с (см. рис. 4, *а*), во втором эксперименте – максимальная скорость равна 113 см/с (см. рис. 4, *б*). Во втором варианте в результате интенсивного перемешивания за сутки в верхнем 15-метровом слое количественные отличия в скорости по глубине составили несколько сантиметров. В то время как в первом расчете наибольшие скорости наблюдались на поверхности моря, и уже на 10 м они уменьшились примерно на 65 %. В циклоническом круговороте на горизонте 20 м скорости во втором расчете по сравнению с первым вариантом больше примерно в два раза. Они составили 50 – 100 см/с, тогда как в первом эксперименте – 20 – 60 см/с.

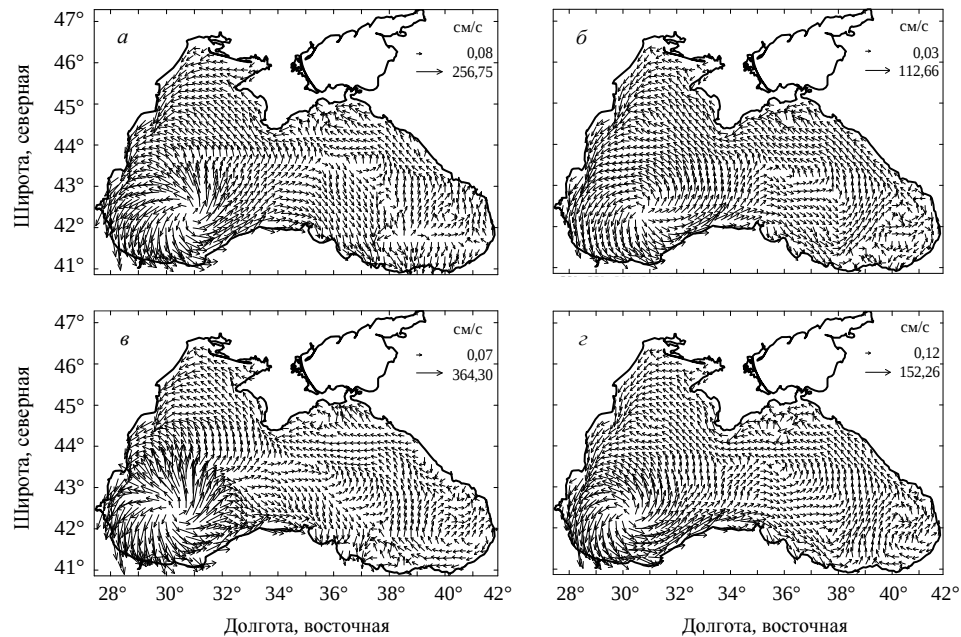


Рис. 4. Течения на верхнем расчетном горизонте 2,5 м в 12 ч 26 сентября: *а* – в эксперименте I, *б* – в эксперименте II; в 12 ч 27 сентября: *в* – в эксперименте I, *г* – в эксперименте II.

Своей наибольшей мощности квазитропический циклон достиг 27 – 28 сентября, что привело к интенсивным процессам перемешивания в верхнем слое моря и подъему глубинных вод. В первом эксперименте максимальные скорости на поверхности достигали нереальных значений – 364 см/с (см. рис. 4, *в*). Причем осреднение за сутки, проведенное для фильтрации инерционных колебаний, привело к незначительным изменениям этих величин. В тоже время, использование параметризации Меллора-Ямады обеспечило гораздо более интенсивное перемешивание, вследствие которого кинетическая энергия перераспределлась более равномерно по глубине, и скорости на поверхности моря, например, не превышали 153 см/с (см. рис. 4, *г*).

На глубине 20 м количественные отличия между двумя вариантами меньше (см. рис. 5, *а, б*), хотя наблюдалась более упорядоченная структура течений в варианте II (см. рис. 5, *б*). В этот период квазитропический циклон принял осесимметрическую форму, чему в большей степени соответствовало поведение течений в верхнем слое моря во втором варианте расчетов (см. рис. 5, *б*).

При использовании параметризации Меллора-Ямады скорости на поверхности в области вихря ниже более чем в два раза по сравнению с экспериментом I. В первом эксперименте наибольшие скорости (превышающие 250 см/с) наблюдались по периферии вихря. В обоих вариантах вдоль западного берега сформировалось узкое струйное течение, скорости в котором достигали 100 см/с. Наибольшие скорости, превышающие 150 см/с, во втором расчете имели место в нескольких точках во вдольбереговом течении.

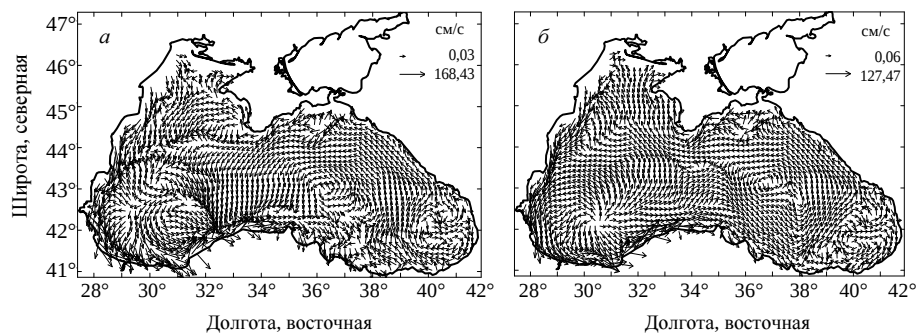


Рис. 5. Течения на горизонте 20 м в 12 ч 27 сентября: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

В подповерхностном слое моря (примерно до 50 м) в области циклонического вихря скорости в эксперименте II больше по сравнению с первым расчетом примерно на 6 – 7 %, что свидетельствует о более сильном перемешивании и соответствующем перераспределении кинетической энергии по глубине. Анализ течений по глубине показал, что по сравнению с первым вариантом, при использовании параметризации Меллора-Ямады наблюдались большие скорости в области циклона, и меньшие в ОЧТ.

Рис. 6 демонстрирует структуру поля течений на 29 сентября, когда квазитропический циклон покинул акваторию Черного моря. К этому времени значительно уменьшилась скорость в первом расчете (примерно в несколько раз), тогда как во втором эксперименте ее уменьшение составило 15 – 20 % по сравнению со скоростью на 28 сентября. Рис. 6, *б* демонстрирует более упорядоченную структуру течений, как в области циклонического круговорота, так и вдоль Анатолийского побережья. Эта особенность характерна для верхнего слоя, где в первом эксперименте накапливалась энергия, поступающая из атмосферы. Видимо, в этом случае ее диссипация обеспечивалась образованием мелкомасштабных образований, которые создали нерегулярную картину в западной части бассейна (см. рис. 6, *а*). Во втором расчете ее распределение по глубине имело гораздо более равномерный характер, и, видимо, поэтому горизонтальные течения имели гладкую структуру.

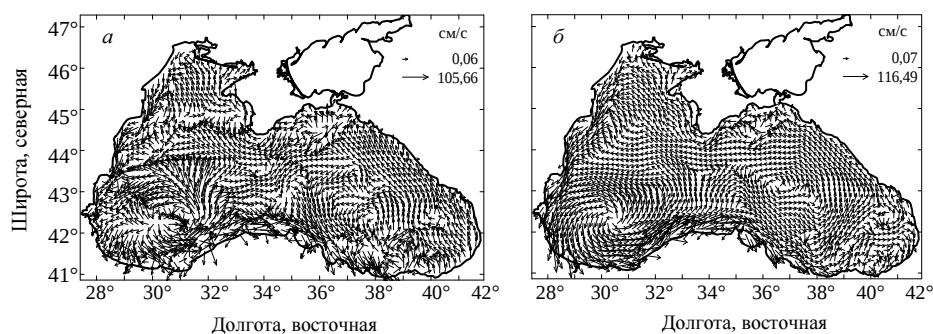


Рис. 6. Течения на горизонте 10 м в 12 ч 29 сентября: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

В результате действия атмосферного циклона в западной части циклонического круговорота значительно усилился процесс подъема холодных и соленых глубинных вод. В период 25 – 26 сентября в обоих экспериментах процесс подъема вод реализовывался достаточно схоже. Заметные различия наблюдались 27 сентября (см. рис. 7). В первом расчете (см. рис. 7, *а*) холодный промежуточный слой (ХПС) приблизился к поверхности моря, что свидетельствует о преобладании процессов вертикальной адвекции над диффузией. Во втором расчете (см. рис. 7, *б*) наблюдался разрыв ХПС, и слой теплой приповерхностной воды в области развивающегося циклонического вихря имел толщину 20 – 25 м. Следовательно, при использовании параметризации Меллора-Ямады в случае интенсивного ветра процессы диффузии преобладают над с вертикальной адвекцией. Резкое усиление атмосферного циклона произошло в период с 12 ч 26 сентября до 12 ч 27 сентября.

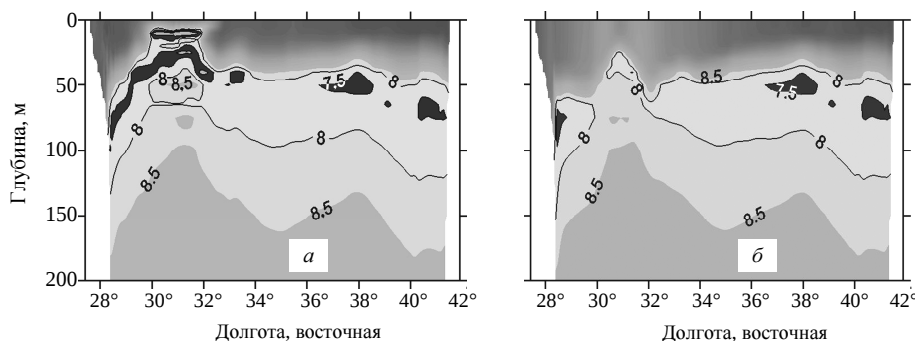


Рис. 7. Зональный разрез в поле температуры (°С) вдоль параллели 42°с.ш. 27 сентября 2005 г.: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

В первом расчете ХПС 28 сентября вышел на поверхность, и температура поверхностных вод в центре циклонического круговорота составила +8 °С. Во втором эксперименте продолжился интенсивный процесс диффузии, что привело к увеличению области разрыва ХПС. Рис. 8 демонстрируют указанные процессы в обоих вариантах расчета. В первом расчете на поверхность моря вышел холодный промежуточный слой (см. рис. 8, *а*), во втором – наряду с подъемом вод имело место мощное перемешивание, ко-

торое привело к попаданию на поверхность моря вод, лежащих ниже ХПС (см. рис. 8, б).

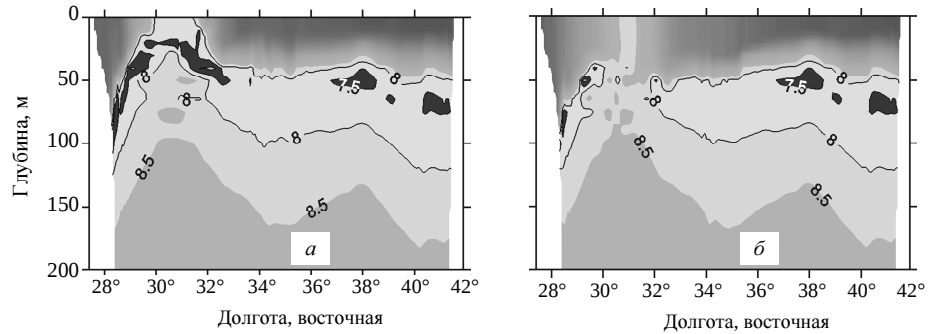


Рис. 8. Зональный разрез в поле температуры ($^{\circ}\text{C}$) вдоль параллели 42°с.ш. 29 сентября 2005 г.: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

Процесс подъема воды в центре вихря сопровождался опусканием теплых вод по его периферии. Скорость опускания теплых вод во втором расчете – примерно 10 м в сутки, что привело к увеличению толщины верхнего перемешанного слоя 28 сентября до 60 м.

Сложная штормовая ситуация, вызванная атмосферным циклоном, привела к приостановке навигации в юго-восточной части Черного моря на несколько суток. Получить информацию о гидрофизических параметрах контактными методами в это время не представлялось возможным. Поэтому результаты численных экспериментов в период прохождения циклона могут быть подтверждены только данными спутниковых измерений.

Поверхностная структура модельной температуры (см. рис. 9, *а*) соответствует спутниковым измерениям (см. рис. 9, *б*). Область холодной воды с температурой в центре ниже $+8,5^{\circ}\text{C}$ наблюдалась в области циклонического вихря 28 и 29 сентября и сохраняла свое местоположение ко времени выхода циклона за пределы акватории Черного моря.

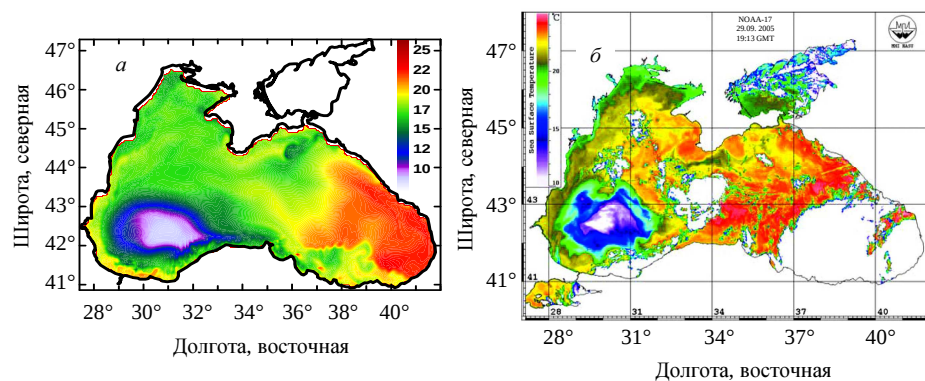


Рис. 9. Поле температуры (в $^{\circ}\text{C}$) на поверхности моря 29 сентября 2005 г.: *а* – по результатам эксперимента II; *б* – по спутниковым данным.

В результате расчета получено качественное соответствие в структуре поверхностной температуры и главной ее особенности – области холодной воды на западе моря. Так как в этих расчетах ассимиляция натурных дан-

ных в модели не проводилась, и атмосферные потоки тепла задавались климатические, то наблюдаются количественные отличия от спутниковой температуры.

В поле солёности заметные изменения между двумя расчетами произошли к 27 сентября (рис. 10). В результате действия сильной диффузии в приповерхностном слое и подъема вод в нижних слоях моря во втором варианте в слое 20 – 40 м наблюдался более обостренный халоклин (см. рис. 10).

В дальнейшем процесс диффузии привел к тому, что на поверхности моря во втором расчете 29 сентября сформировались воды с солёностью, превышающей 19,5‰, что соответствует климатической солёности на глубине 70 – 80 м. В первом эксперименте в центре циклонического вихря вода имела солёность, не превышающую 19,2‰.

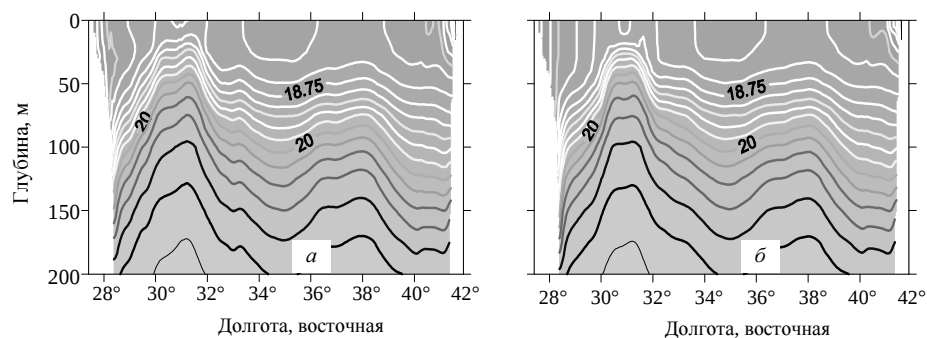


Рис. 10. Зональный разрез в поле солёности (в ‰) вдоль параллели 42°с.ш. 27 сентября 2005 г.: а – в эксперименте I; б – в эксперименте II.

Заключение. Проведенные расчеты показали преимущество использования параметризации Меллора-Ямады по сравнению с подходом Филандера-Пакановского, по крайней мере, в период интенсивного атмосферного воздействия. При сильном ветре динамический отклик моря в первом расчете сосредоточен в тонком верхнем 10-метровом слое, что приводит к нереальным скоростям течений и, как следствие, к неадекватной адвекции в полях температуры и солёности. Это, в свою очередь, может повлиять на перестройку поля плотности и привести тем самым к увеличению ошибки прогноза течений в морском бассейне.

Параметризация Меллора-Ямады обеспечивает непосредственный отклик на атмосферное воздействие. При сильном ветре в верхнем слое моря за счет большого вертикального коэффициента турбулентной вязкости развивается интенсивное перемешивание.

Анализ кинетической энергии по глубине показал, что в области циклонического вихря в первом расчете она может превышать свои значения во втором эксперименте на один-два порядка. Объяснение такой значительной разнице может быть следующее. Отличие между двумя расчетами заключается в коэффициентах турбулентной вязкости и диффузии по вертикали. Поэтому изменение кинетической энергии обусловлено слагаемым, описываю-

щим перераспределение энергии за счет трения по вертикали. Приток энергии от ветра зависит от напряжения трения ветра, которые в обоих расчетах одинаковы, и от скорости течений на поверхности моря. Диссипация энергии за счет трения о дно в обоих вариантах мала. Можно предположить, что большая разница в значениях энергии обусловлена потерей энергии за вертикального внутреннего трения, величина которого напрямую зависит от значения коэффициента вязкости, а он на один-два порядка больше во II расчете. Поэтому во II эксперименте значения скорости в верхнем слое в области вихря составляли величину около 100 см/с, в отличие от I расчета, где они превысили 200 см/с. В I эксперименте по сравнению со II расчетом наблюдались большие скорости в ОЧТ и меньшие – в циклоническом вихре.

Накапливание значительной части энергии в тонком верхнем слое в первом (I) расчете привело к тому, что после ослабления ветра в поле скорости сформировались мезомасштабные особенности, которые обеспечивали сток энергии в малые масштабы, но искажали общую структуру циркуляции. Во втором (II) расчете на протяжении всего периода интегрирования поддерживалась осесимметричная форма циклона и узкий струйный вид ОЧТ, что представляется более адекватной картиной течений.

Параметризация Меллора-Ямады обеспечивает более быстрый по сравнению с приближением Филандера-Пакановского динамический отклик на действие ветра. Об этом косвенно свидетельствует структура сформировавшегося вихря на 28 сентября, которая соответствует изменению формы квазитропического циклона в этот период.

В тоже время необходимо отметить, что нет надежных данных наблюдений, с которыми можно было бы сравнить результаты расчетов. Спутниковая температура поверхности моря свидетельствует о выходе холодных вод нижележащих слоев моря, которая характерна для обоих расчетов. Точность ее измерений составляет примерно 0,5 °C, что соответствует разнице в температуре в центре вихря между двумя вариантами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демьшев С.Г., Коротаев Г.К. Численная энергосбалансированная модель бароклинных течений океана на сетке C // Численные модели и результаты калибровочных расчетов течений в Атлантическом океане. – М.: ИВМ РАН, 1992. – С. 163-231.
2. Демьшев С.Г., Кныш В.В., Коротаев Г.К. Численное моделирование сезонной изменчивости гидрофизических полей Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2002. – № 3. – С. 12-26.
3. Pacanowski R.C., Philander S.G.H. Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans // J. Phys. Oceanogr. – 1981. – Vol. 11, № 11. – P. 1443-1451.
4. Mellor G.L., Yamada T. Development of a turbulence close model for geophysical fluid problems // Rev. Geophys. Space Phys. – 1982. – Vol. 20. – P. 851-875.
5. Mellor G.L., Yamada T. Users Guide for Three-Dimensional Primitive Equation Numerical Ocean Model // Available on the Princeton Ocean Model. [Электронный ре-

- сурс]. <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/> (Последнее обращение 25.08.2012).
6. Демьшев С. Г. Исследование чувствительности параметризации Меллора-Ямады к выбору конечно-разностных аналогов в численной трехмерной модели оперативного прогноза течений в Черном море // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 3. – С. 29-39.
 7. Демьшев С.Г., Кныш В.В., Коротаев Г.К. Численное моделирование сезонной изменчивости гидрофизических полей Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2002. – № 3. – С. 12-26.
 8. Демьшев С.Г., Иванов В.А., Маркова Н.В., Черкесов Л.В. Построение поля течений в Черном море на основе вихреразрешающей модели с ассимиляцией климатических полей температуры и солёности // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: НПП «ЭКОСИ-Гидрофизика». – 2007. – Вып. 15. – С. 215-226.
 9. Arakawa A., Lamb V.R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation // Mon. Wea. Rev. – 1981. – Vol. 109, №1. – P. 18-36.
 10. Демьшев С.Г. Аппроксимация силы плавучести в численной модели бароклинных течений океана // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 1998. – Том 34, № 3. – С. 404-412.
 11. Демьшев С.Г. Численные эксперименты по сопоставлению двух конечно-разностных схем для уравнений движения в дискретной модели гидродинамики Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2005. – № 5. – С. 47-59.
 12. Яковлев Н.Г. Численная модель и предварительные результаты расчетов по воспроизведению летней циркуляции вод Карского моря. // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 1996. – Том 32, № 5. – С. 714-723.
 13. Морской портал НКАУ. [Электронный ресурс]. <http://dvs.net.ua> (Последнее обращение 10.05.2012).
 14. Ефимов В.В., Станичный С.В., Шокуров М.В., Яровая Д.А. Наблюдения квазитропического циклона над Черным морем // Метеорология и гидрология. – 2008. – № 4. – С. 53-62.
 15. Ефимов В.В., Шокуров М.В., Яровая Д.А. Численное моделирование квазитропического циклона над Черным морем // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 2007. – Том 43, №6. – С. 1-21.
 16. Сайт «MM5 Community model. Pennsylvania State University / National Center for Atmospheric Research numerical model» [Электронный ресурс]. <http://www.mmm.ucar.edu/mm5/> (Последнее обращение 20.10.2012).
 17. Staneva J.V. Stanev E.V. Oceanic response to atmospheric forcing derived from different climatic data sets. Intercomparison study for the Black sea // Oceanologica Acta. – 1998. – Vol. 21, № 3. – P. 393-417.
 18. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. IV. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия / Ред. Симонов А.И., Альтман Э.Н. – 1991. – СПб.: Гидрометеоиздат. – С. 103-262.

Материал поступил в редакцию 25.11.2012 г.

АНОТАЦІЯ Приводиться порівняння параметризацій вертикальної турбулентної в'язкості і дифузії по формулах Філандера-Пагановського і моделі Меллора-Ямади при чисельному моделюванні динаміки Чорного моря в штормовій ситуації у вересні 2005 року. При сильному вітрі динамічний відгук моря, при використанні параметризації Філандера-Пагановського, зосереджений в приповерхневому 10-метровому шарі, що приводить до нереальних швидкостей течій. Показано, що параметризація Меллора-Ямади забезпечує адекватне відтворення поля течій у верхньому шарі моря і швидший відгук на атмосферну дію.

ABSTRACT The parameterization comparison of vertical turbulence viscosity and diffusion by Philander-Pacanowsky formula and Mellor-Yamada model within a numerical modeling of the Black sea dynamics in a storm situation on September, 2005, is presented. In the case the parameterization of Filander-Pakanowsky is used, a strong wind forced the Black sea dynamic response is concentrated in a 10-meter upper layer that results to unreal current velocities. It is shown that Mellor-Yamada parameterization provides the adequate description of currents in the upper sea layer and faster response on the atmospheric forcing.