

А.С.Титяпкин, Л.Н.Замаренова, М.И.Скипа

*Отделение гидроакустики Морского гидрофизического института
НАН Украины, г.Одесса*

О ВЫБОРЕ МЕТОДА ИНТЕРПОЛЯЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В ЗАДАЧАХ ЛУЧЕВОЙ АКУСТИКИ

Рассмотрены методы интерполяции океанографических данных. Показано, что кубические сплайны Акима наилучшим образом сглаживают дискретно заданную зависимость скорости звука от глубины. Продемонстрирована зависимость характеристик лучевых траекторий от метода интерполяции скорости звука.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *интерполяционные методы, кубические сплайны Акима, вертикальное распределение скорости звука, траектории лучей.*

Постановка задачи и цель работы. Наблюдающиеся изменения климата вызывают необходимость мониторинга гидрофизических процессов Азово-Черноморского бассейна и связанного с мониторингом выбора оптимальных методов интерполяции данных измерений. Скорость звука зависит от условий стратификации вод, географического района, времени года, времени суток и других факторов. Информация о характере изменения скорости распространения звуковых волн в море важна для решения целого ряда научных и прикладных задач. Скорость звука является океанографической характеристикой среды, определяющей многие особенности распространения сигналов в море [1]. Основой для корректного расчета звукового поля является адекватное задание зависимости скорости звука от глубины, которое возможно только при использовании наиболее подходящих процедур интерполяции этой зависимости, как правило, заданной дискретно. Интерполяция скорости звука и других океанографических характеристик особенно важна для ретроспективных данных, характеризующихся большой дискретностью, ценность которых в условиях изменения климата возрастает. Задачи акустического мониторинга, как на этапе эксперимента, так и численного моделирования звукового поля, также требуют интерполяции данных о температуре, солености, скорости звука, измеренных на отдельных горизонтах.

Ранее проведенные исследования показали, что использование сплайн-функций неплохо приближает вертикальные профили скорости звука лишь на отдельных участках, но при резких градиентах, перегибах, экстремумах оно может приводить к осцилляциям [2, 3]. Официально Океанографической комиссией ЮНЕСКО для обработки данных океанографических станций рекомендован метод средневзвешенных парабол Рейнигера-Росса [2 – 4], который в принципе близок к линейной интерполяции со сглаживанием перегибов и по сравнению со многими другими методами не дает явных отклонений. При более детальном рассмотрении этого метода обнаруживается его недостаток в виде возможности появления мелкомасштабных флуктуаций. Рекомендация метода интерполяции Океанографической комиссии ЮНЕСКО относится и к скорости звука как к одному из термодинамических

параметров морской среды. Однако рекомендательный характер использования метода не исключает применения других процедур интерполяции.

Целью данной работы является сравнительный анализ методов интерполяции дискретно заданной зависимости от глубины скорости звука при неравноотстоящих узлах и результатов расчета траекторий лучей с использованием этих методов интерполяции. Основным требованием к методу интерполяции скорости звука для решения задач акустического мониторинга среды является максимально гладкое, без ложных экстремумов, с дискретностью 1 см и ниже интерполирование точно заданного профиля скорости звука. Сложность задачи состоит в том, что зависимость скорости звука от глубины имеет особенности в виде экстремумов, точек перегиба, участков с нулевыми значениями первой производной по глубине и точками ее разрыва.

Рассмотрим следующие методы интерполяции: кусочно-линейный метод, метод средневзвешенных парабол Рейнигера-Росса и кусочно-кубический метод Хироши Акима, и проведем сравнительный анализ результатов их использования при численном моделировании звукового поля методом лучевой акустики (характеристик лучевых траекторий).

Формальное описание интерполяционных методов. Вычислительные программы для построения лучевых картин базируются на широко распространенном методе кусочно-линейной аппроксимации профиля скорости звука, простом в программной реализации [1, 5, 6]. Профиль скорости звука $c(z)$ в этом случае превращается в ломаную линию. Вычислительная схема имеет следующий вид:

$$c(z) = c_i + \frac{(z - z_i)(c_{i+1} - c_i)}{(z_{i+1} - z_i)}, \quad (1)$$

где $i = \overline{1, n}$, n – число узловых точек, c_i , c_{i+1} – скорость звука на глубине z_i , z_{i+1} соответственно, z – глубина, на которой производится интерполирование.

Однако, использование кусочно-линейной интерполяции при расчетах акустического поля методом лучевой акустики может давать неверные результаты, в частности, могут появиться ложные каустики, тогда как реальные каустики, как правило, пропускаются. Эти недостатки можно устранить, если при расчетах использовать аппроксимацию, обеспечивающую по всей глубине моря сохранение непрерывности, по крайней мере, первой производной скорости звука по глубине. Однако использование такого подхода на практике часто приводит к появлению в профиле скорости звука некоторых особенностей, не свойственных ее исходному распределению [7].

Метод средневзвешенных парабол Рейнигера-Росса, являющийся модификацией схемы Раттрея [4, 8], наиболее употребителен в океанографии. Данный метод минимизирует ложные экстремумы в интерполированных значениях, но иногда может приводить к ложным отклонениям. Ниже приведена интерполяционная схема метода:

$$c(z) = \frac{|f_R - f_{P1}|f_{P2} + |f_R - f_{P2}|f_{P1}}{|f_R - f_{P1}| + |f_R - f_{P2}|}, \quad (2)$$

где

$$f_R = 0,5 \left(f_{23} + \frac{(f_{23} - f_{34})^2 f_{12} + (f_{12} - f_{23})^2 f_{34}}{(f_{23} - f_{34})^2 + (f_{12} - f_{23})^2} \right),$$

$$f_{P1} = g_{23}^1 c_1 + g_{31}^2 c_2 + g_{12}^3 c_3, \quad f_{P2} = g_{34}^2 c_2 + g_{42}^3 c_3 + g_{23}^4 c_4,$$

$$g_{jk}^i = \frac{(z - z_j)(z - z_k)}{(z_i - z_j)(z_i - z_k)}, \quad f_{ij} = \frac{c_i(z - z_j) - c_j(z - z_i)}{z_i - z_j}.$$

Здесь c_1, c_2, c_3, c_4 – значения скорости звука на исходных горизонтах $z_1, z_2, z_3, z_4, z_1 < z_2 < z < z_3 < z_4$.

Метод сплайнов Акима [9, 10] из всех известных кубических методов является наиболее устойчивым к выбросам и осцилляциям, и входит в состав математической библиотеки Фортрана *IMSL* [11]. Опуская схему кусочно-кубической интерполяции, покажем окончательные формулы для определения параметра d_i в общей схеме интерполяции данным методом:

$$d_i = \begin{cases} \frac{w_{i+1}c(z_{i-1}; z_i) + w_{i-1}c(z_i; z_{i+1})}{w_{i+1} + w_{i-1}}, & \text{если } w_{i+1}^2 + w_{i-1}^2 \neq 0 \\ \frac{(z_{i+1} - z_i)c(z_{i-1}; z_i) + (z_i - z_{i-1})c(z_i; z_{i+1})}{z_{i+1} - z_{i-1}}, & \text{если } w_{i+1} = w_{i-1} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

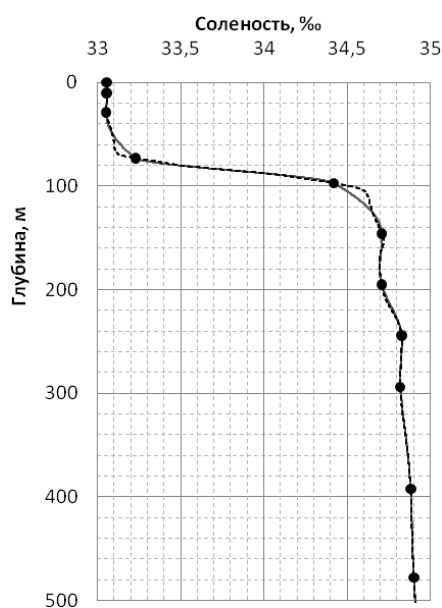
где $i = 3, 4, \dots, n - 2$ и

$$w_i = |c(z_i; z_{i+1}) - c(z_{i-1}; z_i)|.$$

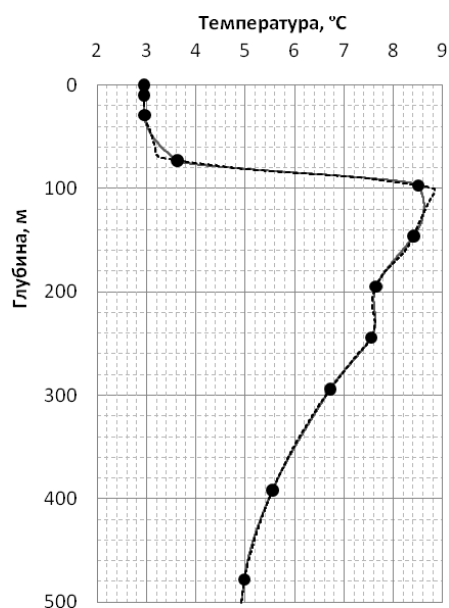
Недостающие значения d_1, d_2, d_{n-1}, d_n в приграничных узлах выбираются, исходя из той или иной дополнительной информации о функции c .

Результаты сравнения интерполяционных методов. Известно, что профиль скорости звука определяется типом термической структуры вод океана и не столь существенным влиянием поля солёности [1, 5]. Воспользуемся данными по солёности и температуре, приведенными в работе [4], и сравним графически интерполирование рассмотренными выше методами. На графиках, представленных на рис.1, 2, пунктирной линией изображена параболическая интерполяция методом Рейнигера-Росса, серой – кубическая интерполяция методом Акима, точками – узлы интерполяции. Вертикальное распределение солёности имеет особенности между узловыми точками 30 и 70 м, 100 и 140 м. Распределение температуры – между узловыми точками 30 и 80 м, 100 и 150 м. Как видно из рисунков, максимально сглаживающей исходные данные между указанными выше узлами является кривая, построенная по методу кубических сплайнов Акима. Отметим, что этот метод интерполяции в рассматриваемом случае не дает перегиба функции температуры от глубины, в отличие от метода Рейнигера-Росса (горизонт ~ 100 м), что особенно важно для вертикального распределения скорости звука, которое в основном и определяется полем температуры.

Воспользуемся результатами интерполяции профиля скорости звука рассмотренными тремя методами и построим соответствующие траектории лучей. На рис.3 показаны профиль скорости звука и лучевые картины (обозначения кривых – как и на рис.1, 2, черным цветом – для кусочно-линейной интерполяции). Интерполяционные кривые между узловыми точками 25 и 30 м (рис.3, а) существенно отличаются, особенно не свойственный ходу гра-

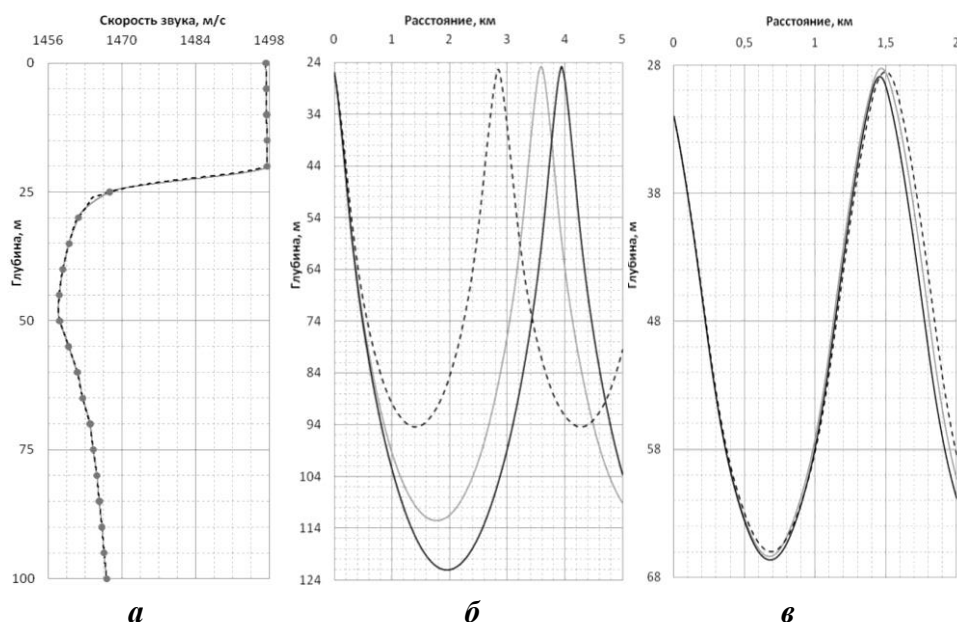


Р и с . 1 . Зависимость солености от глубины. Шаг интерполяции 0,1 м.



Р и с . 2 . Зависимость температуры от глубины. Шаг интерполяции 0,1 м

фика характер дает метод Рейнигера-Росса. Зададим глубину излучателя таким образом, чтобы показать, как могут отличаться траектории лучей при различных подходах к интерполированию дискретно заданного профиля скорости звука. Углы выхода лучей из излучателя выберем одними и теми же. В случае интерполяции скорости звука различными методами положение излучателя ниже узловой точки 30 м приводит к некоторому отличию траекторий лучей (рис.3 в), но не столь существенному, как в случае его нахождения между узловыми точками 25 и 30 м (рис.3 б). Траектории лучей, рассчитанные по профилю скорости звука, интерполированному тремя разными методами, уже на малых расстояниях от излучателя (~ 5 км) демонстрируют сдвиг по расстоянию верхних и нижних точек заворота, соответственно, до ~ 1,1 и ~ 0,5 км. При этом наибольшее изменение глубины нижней точки заворота достигает ~ 28 м. Кроме того, существенно изменяется и длина цикла: при интерполировании методом Акима длина цикла достигает 3,624 км, методом Рейнигера-Росса 2,868 км, кусочно-линейным методом 3,972 км. Отметим, что в данном случае траектория луча, рассчитанная с помощью интерполяции скорости звука по методу сплайнов Акима, занимает некоторое среднее положение между лучевыми траекториями, рассчитанными по профилям скорости звука, интерполированным методом Рейнигера-Росса и кусочно-линейным. Соответственно, и характеристики траектории луча, построенного с использованием интерполяции сплайнами Акима, имеют некоторые средние значения глубины нижней точки заворота, сдвига верхней и нижней точки заворота, длины цикла по сравнению с аналогичными значениями для двух других лучей. Меньшие значения этих параметров дает метод Рейнигера-Росса, большие значения – метод кусочно-



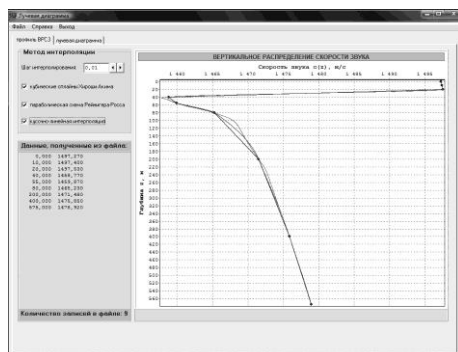
Р и с . 3. Интерполированные профили скорости звука (а) 27 сентября 1992 г.; координаты 44°00' с.ш., 31°00' в.д.; глубина места: 580 м. Траектории лучей: угол выхода луча – 3°, глубина излучателя – 26 (б) и 32 м (в).

линейной интерполяции (рис.3, б). Кроме того, значения дальностей заворота луча и глубины нижней точки заворота, рассчитанные с использованием интерполяции сплайнами Акима, несколько ближе к аналогичным значениям, рассчитанным с помощью кусочно-линейной аппроксимации.

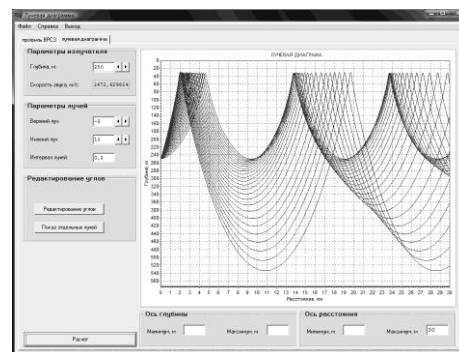
В задачах акустического мониторинга водной среды для определения положения неоднородности и ее размеров, восстановления структуры скорости звука неоднородности используются траектории лучей и рассчитанные значения времен распространения сигналов по лучам [12]. Поэтому адекватное задание профиля скорости звука, наилучшим образом интерполированного, позволит уменьшить ошибки численного моделирования звукового поля. Отметим также, что интерполяционные процедуры применяются для получения зависимости скорости звука не только от глубины, но и от расстояния – для переменного по трассе волновода. Причем, процедуры интерполяции по глубине и по расстоянию могут быть как различными, так и одинаковыми. В частности, в задачах расчета звукового поля в переменном волноводе для интерполяции дискретно заданной зависимости $c(z, r)$ по двум координатам в [13] используется метод бикубических сплайнов Акима.

Программная реализация. Для реализации методов интерполяции и расчета лучевых траекторий разработана математическая библиотека подпрограмм-функций для ряда методов интерполирования на языке С++ и интерфейсная часть программного комплекса расчета звукового поля лучевыми методами (рис.4 – 5), реализованная в системе визуального объектно-ориентированного программирования *Borland C++Builder 6.0*.

Аналитические профили. Возможность аналитического описания вертикального распределения скорости звука представляет большой интерес для

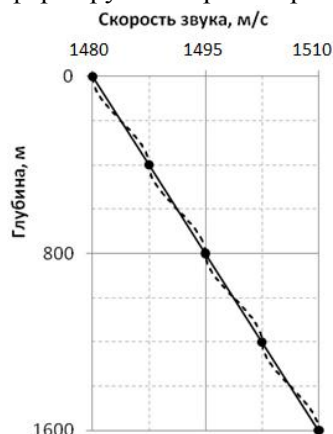


Р и с . 4 . Интерфейсная часть программного комплекса. Интерполяция профилей скорости звука различными методами.



Р и с . 5 . Интерфейсная часть программного комплекса. Траектории лучей.

расчета звукового поля. Известно, что для некоторых видов вертикального распределения скорости звука $c(z)$, таких как канонический, бигиперболический и линейный звуковой канал имеется аналитическое представление траектории луча и времени распространения сигнала по нему [1]. Отметим, что аналитические зависимости $c(z)$ адекватно интерполируются методами Рейнигера-Росса и Акима, что и следует ожидать в виду их монотонного, без особенностей, изменения с глубиной. Исключение составляет линейная модель, особенности интерполяции которой рассмотрены ниже. В общем случае аналитическое описание профиля скорости звука не представляется возможным. Однако анализ условий формирования стратификации вод в данной акватории может привести к заключению о возможности аналитического описания $c(z)$ в отдельных областях глубин, что можно использовать в дополнение к интерполяции дискретно заданной функции $c(z)$. Это позволит получить точные значения скорости звука в определенном диапазоне глубин на любом горизонте. Например, линейную модель $c(z)$ для Черного моря можно использовать в нижних глубоководных слоях, где рост скорости звука с глубиной обусловлен гидростатическим градиентом, или в зимний период в верхних слоях (в некоторых районах от поверхности до дна), когда формируется приповерхностный звуковой канал [14]. Интерполяция $c(z)$



методом Акима в этом случае привела бы к осцилляциям [10, 11], что продемонстрировано на рис.6, где сплошной линией изображен линейный профиль скорости звука, а пунктирной – результат интерполяции по методу Акима. Другим примером может служить область глубин вблизи оси глубоководного подводного звукового канала Черного моря, где аппроксимацией $c(z)$ может служить функция типа гиперболического косинуса [15]. Кроме точных значений скорости

Рис.6.Линейная зависимость скорости звука от глубины.

звука в любой точке из данного диапазона глубин аналитическое описание вертикального распределения скорости звука позволит повысить точность расчетов звукового поля, а для некоторых зависимостей $c(z)$ – использовать в данном диапазоне глубин аналитическое описание траектории луча и времени распространения сигнала по нему.

Выводы. Сравнение методов интерполяции – линейного метода, методов средневзвешенных парабол Рейнигера-Росса и кубических сплайнов Акима – позволяет заключить следующее:

1. Метод кубических сплайнов Акима наиболее оптимально описывает вертикальное распределение скорости звука по сравнению с параболическим методом Рейнигера-Росса, так как дает меньшие осцилляции в точках особенностей функции $c(z)$.

2. Аналитические зависимости $c(z)$ адекватно интерполируются методами Рейнигера-Росса и Акима, за исключением линейной модели, когда метод Акима приводит к осцилляциям. Исходя из гидрологических условий, представляет интерес использование аналитического описания $c(z)$ на отдельных участках глубин в дополнение к интерполяции дискретно заданной функции $c(z)$.

3. Показана зависимость характеристик траектории луча от метода интерполяции $c(z)$.

4. Разработана математическая библиотека подпрограмм интерполяции и интерфейс программного комплекса расчета звукового поля лучевыми методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1982. – 341 с.
2. Белокопытов В.Н. Сезонная изменчивость термохалинной и гидролого-акустической структуры вод Черного моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2003. – вып.8. – С.12-22.
3. Белокопытов В.Н. Термохалинная и гидролого-акустическая структура вод Черного моря: Дисс.... канд. геогр. наук. – Севастополь, 2004. – 146с.
4. Reiniger R.F., Ross C.K. A method of interpolation with application to oceanographic data // Deep-Sea Res. – 1968. – № 9. – P.185-193.
5. Андреева И.Б. Физические основы распространения звука в океане. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 216 с.
6. Шевцов В.П. К вопросу аппроксимации распределения скорости звука при расчетах акустического поля лучевыми методами // Тр. Акуст. ин-та. – 1970. – вып.13. – С.32-38.
7. Pedersen M.A., Gordon D.F. // J. Acoust. Soc. Am. – 1967. – 41, № 2. – P.419-438.
8. Rattray Jr.M. Interpolation errors and oceanographic sampling // Deep-Sea Res. – 1962. – № 9. – P.25-37.
9. Akima H. A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures // J. Assoc. Comp. Mach. – 1970. – 17, № 4. – P.589-602.
10. Богачев К.Ю. Практикум на ЭВМ. Методы приближения функций. – М.: МГУ им. Ломоносова, 1998. – 56 с.

11. *Бартенев О.В.* Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL.— М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1998.— 156 с.
12. *Богусевич В.К., Замаренова Л.Н., Скипа М.И.* О возможностях акустического мониторинга вихревого образования // Консонанс-2009. Акустичний симпозіум 29 вересня – 1 жовтня 2009 р.— Київ: Ін-т гідромеханіки, 2009.— С.96-102.
13. *Lincoln B., Marshall H., Orr.* Fluctuations in sound transmission through internal waves associated with the thermocline: A computer model for acoustic transmission through sound velocity fields calculated from thermistor chain, CTD, XBT, and acoustic backscattering // J. Acoust. Soc. Am.— 1982.— 71, issue 1.— P.61-66.
14. *Богусевич В.К., Замаренова Л.Н., Скипа М.И.* Дальнее распространение звука в приповерхностном звуковом канале северо-западной части Черного моря // Акустического симпозиума «Консонанс-2005».— Киев: Ин-т гидромеханики, 2005.— С.84-88.
15. *Вадов Р.А.* Открытие подводного звукового канала, экспериментальные исследования, региональные различия // Акустический журнал.— 2007.— 53, № 3.— С.313-328.

Материал поступил в редакцию 12.11.2010 г.