

## Вариационная идентификация начального поля концентрации хлорофилла $a$ в модели переноса по данным дистанционного зондирования

В. С. Кочергин \*, С. В. Кочергин

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\* e-mail: vskocher@gmail.com*

### Аннотация

Целью работы является построение полей хлорофилла  $a$  путем вариационной ассимиляции доступной спутниковой информации за несколько суток в модели переноса. Такая информация является наиболее оперативной, но чаще всего имеет в своей структуре пропуски, иногда существенные, вследствие рассеивающего эффекта облачности, бликов и т. д. Поэтому получение достоверных полей с учетом имеющейся информации для акватории Черного моря является важной и актуальной задачей. При численной реализации модели переноса и вариационного метода ассимиляции данных измерений использовались результаты расчетов по динамической модели МГИ для Черного моря. При численной реализации вариационного алгоритма ассимиляции применяются итерационные градиентные методы, а решение сопряженной задачи используется для построения градиента функционала качества в пространстве параметров. В результате проведенных расчетов получено поле концентрации хлорофилла  $a$ , согласованное с данными измерений, почти для всей акватории Черного моря. В работе реализован вариационный алгоритм усвоения спутниковой информации, который позволил получить поле концентрации хлорофилла  $a$  для акватории Черного моря с учетом неполного покрытия данными наблюдений. Процедура может быть использована для определения полей концентрации различных взвешенных веществ в море по данным, распределенным по времени и пространству.

**Ключевые слова:** концентрация хлорофилла  $a$ , вариационный алгоритм, сопряженная задача, ассимиляция данных измерений, Черное море, пространственно-временная интерполяция

**Благодарности:** работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0005 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей» (шифр «Прибрежные исследования»).

**Для цитирования:** Кочергин В. С., Кочергин С. В. Вариационная идентификация начального поля концентрации хлорофилла  $a$  в модели переноса по данным дистанционного зондирования // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2023. № 2. С. 61–70. EDN UHOSMC. doi: 10.29039/2413-5577-2023-2-61-70

© Кочергин В. С., Кочергин С. В., 2023



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) License

# Variational Identification of the Initial Field of Chlorophyll A Concentration in the Transport Model according to Remote Sensing Data

V. S. Kochergin \*, S. V. Kochergin

Marine Hydrophysical Institute of RAS, Sevastopol, Russia

\* e-mail: vskocher@gmail.com

## Abstract

The work aims at construction of chlorophyll *a* fields through variational assimilation of available satellite information for a few days in a transfer model. Such information is the most real-time, but most often it has omissions (sometimes significant) in its structure due to the scattering effect of clouds, glares, etc. Therefore, obtaining reliable fields taking into account the available information for the Black Sea is an important and urgent task. In the numerical implementation of the transfer model and variational method of measurement data assimilation, the results of calculations based on the MHI dynamic model for the Black Sea were used. In the numerical implementation of the variational assimilation algorithm, iterative gradient methods are used, and the solution of the adjoint problem is used to construct the gradient of the cost function in the parameter space. As a result of the calculations, a field of chlorophyll *a* concentration was obtained for almost the entire Black Sea area consistent with the measurement data. The paper implements a variational algorithm for the satellite information assimilation, which made it possible to obtain a chlorophyll *a* concentration field for the Black Sea area, taking into account incomplete coverage with observational data. The procedure can be used to determine concentration fields of various suspended substances in the sea based on data distributed over time and space.

**Keywords:** chlorophyll *a* concentration, variational algorithm, adjoint problem, measurement data assimilation, Black Sea, space-time interpolation

**Acknowledgements:** The work was carried out under state assignment on topic FNNN-2021-0005 “Complex interdisciplinary studies of oceanologic processes which determine functioning and evolution of ecosystems in the coastal zones of the Black Sea and the Sea of Azov” (code “Coastal research”).

**For citation:** Kochergin, V.S. and Kochergin, S.V., 2023. Variational Identification of the Initial Field of Chlorophyll A Concentration in the Transport Model according to Remote Sensing Data. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*, (2), pp. 61–70. doi:10.29039/2413-5577-2023-2-61-70

## Введение

Решение задачи экологической направленности для Азово-Черноморского бассейна требует создания систем, позволяющих оперативно получать информацию о состоянии экологической обстановки. Основными составными элементами таких систем являются численные динамические модели<sup>1)</sup> [1],

---

<sup>1)</sup> Марчук Г. И., Саркисян А. С. Математическое моделирование циркуляции океана. Москва : Наука, 1988. 302 с.

модели переноса и трансформации различных компонент взвешенных веществ<sup>2)</sup>, а также процедуры усвоения имеющейся информации<sup>3)</sup> [2–7].

Обширный обзор по методам ассимиляции данных измерений представлен в работе [8]. В данной работе вариационный алгоритм ассимиляции реализуется для усвоения спутниковой информации о концентрации хлорофилла *a* в верхнем слое Черного моря. Особенность спутниковой информации заключается в том, что часто в ней имеются пропуски, например из-за облачности.

Использование поверхностных значений концентрации хлорофилла в модели переноса – диффузии позволяет восполнить недостающую информацию в данных измерений. Модель в используемом алгоритме играет роль пространственно-временного интерполянта, и получаемое при этом решение задачи на используемом интервале времени согласовано не только с моделью, но и с данными измерений. В качестве искомого параметра было выбрано начальное поле концентрации хлорофилла. При реализации процедуры поиска экстремума функционала, характеризующего отклонения модельных оценок от данных измерений, используются решения основной, сопряженной задач и задачи в вариациях для построения градиента функционала и организации итерационного процесса. При разностной дискретизации перечисленных задач используются *TVD*-аппроксимации [9]. В качестве входной информации для модели переноса использовались результаты расчетов по гидротермодинамической модели МГИ [1, 10] с шагом по пространству 1.6 км и с реалистическим атмосферным воздействием [11]. По вертикали используется 27 горизонтов, шаг по времени равен 1.5 мин. Для моделирования динамики полей хлорофилла *a* в водной среде используется уравнение адвекции – диффузии.

### Модель переноса – диффузии

Запишем уравнение модели транспорта примеси в виде

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = A_H \nabla^2 C + \frac{\partial}{\partial z} A_V \frac{\partial C}{\partial z}, \quad (1)$$

где *C* – концентрация; *A<sub>H</sub>*, *A<sub>V</sub>* – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно.

На поверхности моря (*z* = 0) используется условие

$$A_V \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

На дне и твердых границах задается условие отсутствия потока. В области проливов используется условие Дирихле первого рода (в данном расчете однородное). Поле концентрации *C*<sup>0</sup>(*x*, *y*, *z*) задано для начального момента времени.

---

<sup>2)</sup> Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. Москва : Наука, 1982. 319 с.

<sup>3)</sup> Пененко В. В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. Ленинград : Гидрометеиздат, 1981. 352 с.

Конечно-разностная дискретизация уравнения (1) реализуется на сетке  $C$  [12].  $TVD$ -схемы [9] используются при аппроксимации адвективных членов. Вертикальный коэффициент турбулентной диффузии  $A_V$  задается в соответствии с [13], а  $A_H = 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ .

### Вариационный алгоритм идентификации

Рассмотрим функционал вида

$$I_0 = \frac{1}{2} \left( P(RC_{t_k} - C_{t_k}^{\text{ИЗМ}}), P(RC_{t_k} - C_{t_k}^{\text{ИЗМ}}) \right)_{S_t^0}, \quad (3)$$

характеризующего отклонения модельных значений концентрации от данных измерений. В выражении (3)  $R$  – оператор проектирования решения модели в точке наблюдений;  $P$  – оператор расширения нулями невязок прогноза, заданных в точках измерений;  $t_k$  – моменты времени, в которые поступают данные измерений; скалярное произведение определяется стандартным способом в  $M_T = M \times [0, T]$ ;  $M$  – область, в которой интегрируется модель на временном отрезке  $[0, T]$ ;  $S_t^0 = S^0 \times [0, T]$ ,  $S^0$  – поверхность моря;  $\Gamma_t = \Gamma \times [0, T]$ ,  $\Gamma$  – граница области  $M$ .

Минимизация выражения (3) со связями формул (1)–(3) сводится к отысканию экстремума функционала следующего вида:

$$I = I_0 + \left[ \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial UC}{\partial x} + \frac{\partial VC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial C}{\partial z}, C^* \right]_{M_t} + \left( \frac{\partial C}{\partial n}, C^* \right)_{\Gamma_t} + (C - C_0, C^*)_M, \quad (4)$$

где  $\Gamma_t = \Gamma \times [0, T]$ ,  $\Gamma$  – граница области  $M$ .

Варьируя выражение (4) и далее интегрируя по частям, учитывая краевые условия и уравнение неразрывности, можно получить

$$\delta I = (C - C_0, C^*)_M, \quad (5)$$

где  $C^*$  – множители Лагранжа, которые выбираются из решения следующей сопряженной задачи:

$$-\frac{\partial C^*}{\partial t} - \frac{\partial UC^*}{\partial x} - \frac{\partial VC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial C^*}{\partial z} = -P(RC_{t_k} - C_{t_k}^{\text{ИЗМ}}),$$

$$\Gamma : \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad z = 0 : \frac{\partial C^*}{\partial z} = 0, \quad z = H : \frac{\partial C^*}{\partial z} = 0, \quad t = T : C^* = 0.$$

Начальное приближение задается равным нулю, а следующее приближение ищется по формуле

$$C_0^{n+1} = C_0^n + \tau \nabla_{C_0} I,$$

где  $\tau$  – итерационный параметр.

### Результаты и обсуждения

Скорости течений для периода с 14.05.2016 по 17.05.2016 были рассчитаны с помощью модели МГИ [1, 10] с горизонтальным разрешением 1.6 км по широте и долготе при учете реального атмосферного воздействия за 2016 г. (по данным *ERA5* с пространственным разрешением  $0.25^\circ$ ) [10]. В качестве начальных полей использовались данные реанализа [14], интерполированные на сетку модели. Полученные поля течений использовались в качестве входной информации.

Специфика спутниковых данных такова, что в их структуре часто наблюдаются пропуски, связанные, например, с облачностью или другими факторами, существенно влияющими на качество обработки поступающей информации. О наличии облачности над акваторией Черного моря можно судить по информации о композите псевдоцветов *MODIS-Aqua* (URL: <https://earthdata.nasa.gov/labs/worldview/?p=geographic&l=MODIS>), который также характеризует концентрацию взвешенного вещества в верхнем слое моря. Пространственная структура таких полей 15 мая 2016 г. характеризуется повышенной концентрацией хлорофилла *a* в области устья Дуная и районе, прилегающем к Днепро-Бугскому лиману. Кроме этого, в композите присутствуют области развитой облачности в восточной части моря. Повышенная концентрация примеси вдоль западного побережья обусловлена динамикой вод, а именно Основным Черноморским течением. На рис. 1 представлен композит на 16 мая 2016 г. Как и 15 мая, максимум концентрации хлорофилла *a* находится у западного побережья Черного моря, а облачными полями покрыта восточная часть моря вдоль Кавказского побережья. Наоборот, 17 мая облачностью покрыта центральная часть моря.

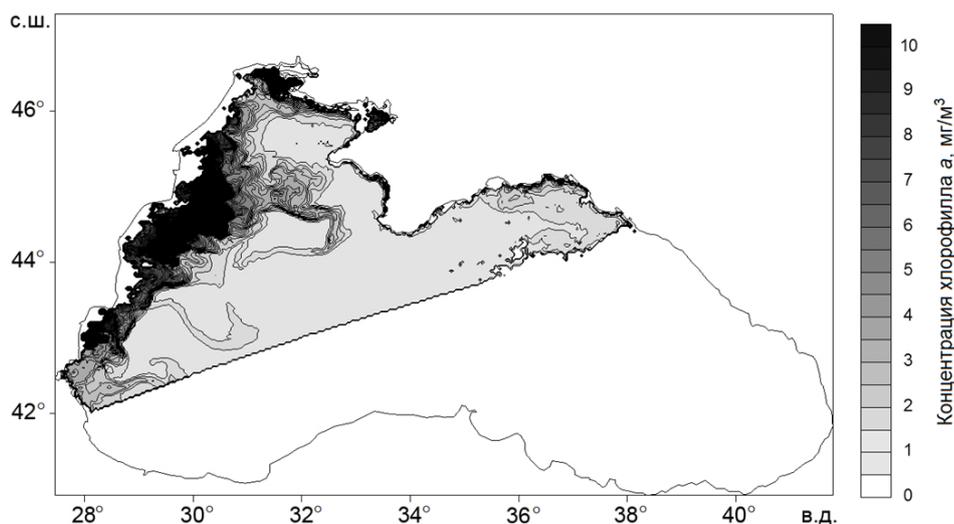


Рис. 1. Композит псевдоцветов *MODIS-Aqua*, 16 мая 2016 г., контрасты на море определяются изменениями концентрации взвешенного вещества (URL: <https://earthdata.nasa.gov/labs/worldview/?p=geographic&l=MODIS>)

Fig. 1. Pseudocolour composite *MODIS-Aqua*, 16 May 2016, the contrasts on the sea are determined by changes in the suspended matter concentration (<https://earthdata.nasa.gov/labs/worldview/?p=geographic&l=MODIS>)

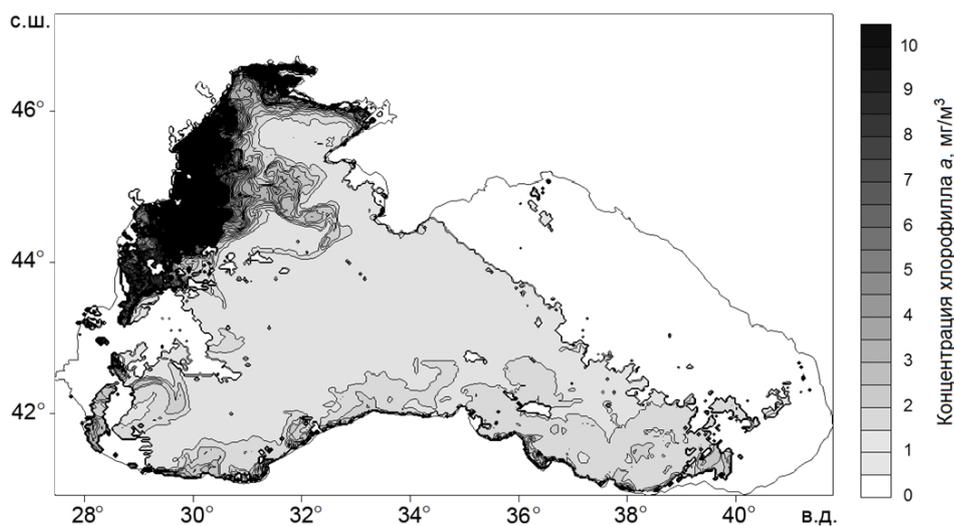
На рис. 2 представлено поле концентрации хлорофилла *a* на 15 мая 2016 г. по данным сайта <http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml>.

Максимальные значения у западного побережья доходят до 18–20 мг/м<sup>3</sup>. В центральной части моря значения 2–3 мг/м<sup>3</sup>. На рис. 3 представлено поле концентрации хлорофилла *a* на 16 мая. Пропуски в данных соответствуют облачности над акваторией Черного моря в данный период (см. рис. 1).



Р и с . 2 . Поле концентрации хлорофилла *a* на 15 мая 2016 г. (URL: <http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml>)

Fig . 2 . Chlorophyll *a* concentration field on 15 May 2016 (available at: <http://dvs.net.ru/mp/data/201507vw.shtml>)



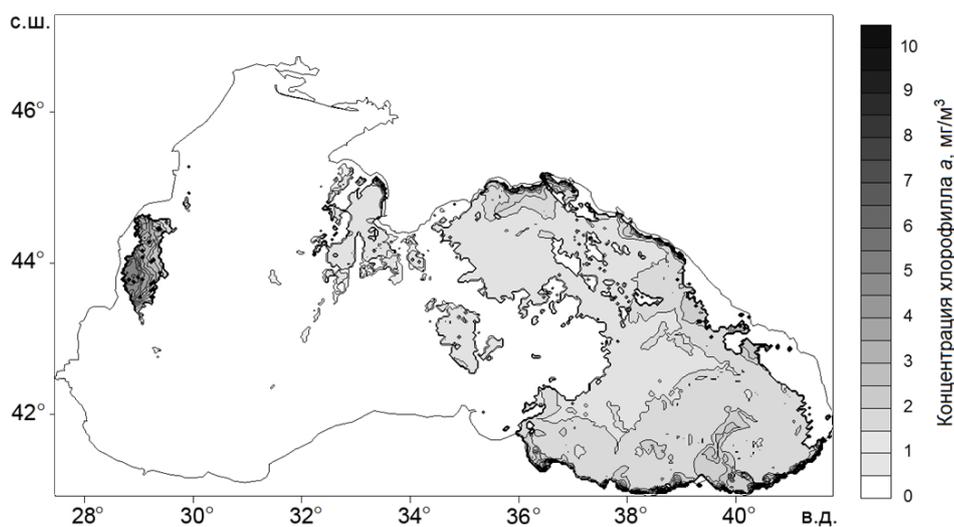
Р и с . 3 . Поле концентрации хлорофилла *a* на 16 мая 2016 г.

Fig . 3 . Chlorophyll *a* concentration field on 16 May 2016

Аналогично на рис. 4 представлены данные за 17 мая, которые имеются в основном для восточной части моря.

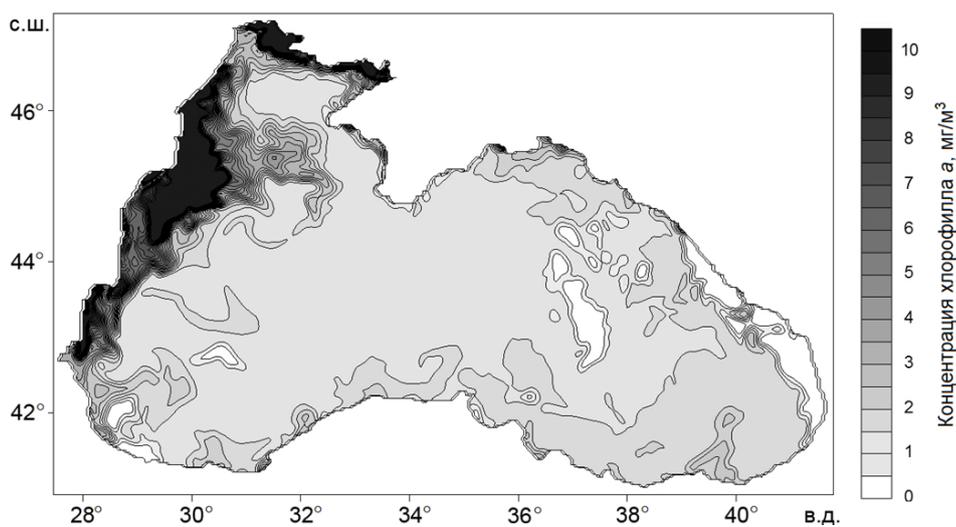
Результат работы вариационной процедуры ассимиляции изображен на рис. 5.

Представленное поле по своей структуре хорошо согласуется с изображением композита псевдоцветов, изображенном на рис. 6. Оставшиеся пропуски в данных определяются усваиваемой информацией. Например, нулевая



Р и с . 4 . Поле концентрации хлорофилла *a* на 17 мая 2016 г.

F i g . 4 . Chlorophyll *a* concentration field on 17 May 2016



Р и с . 5 . Начальное поле концентрации хлорофилла *a* на 14 мая 2016 г.

F i g . 5 . Chlorophyll *a* initial concentration field on 14 May 2016



Рис. 6. Композит псевдоцветов MODIS-Aqua, 14 мая 2016 г.

Fig. 6. Pseudocolour composite MODIS-Aqua, 14 May 2016

концентрация вдоль Кавказского побережья объясняется отсутствием данных для этого района в усваиваемых полях. Пропуски в данных за 17 мая, по всей вероятности, обусловлены качеством первичной обработки спутниковой информации, при которой данные с повышенной концентрацией были ошибочно отбракованы.

В результате работы вариационной процедуры ассимиляции получено начальное поле, хорошо согласованное с имеющейся информацией о концентрации хлорофилла  $a$  и взвешенного вещества в верхнем слое моря. В полученном поле присутствуют основные особенности пространственного распределения концентрации с повышенными значениями в районе Дуная и Днепро-Бугского лимана, а также вдоль западного побережья Черного моря. Пространственная структура поля характеризуется влиянием на нее динамических структур вихревого характера. Западнее Босфора находится грибовидная структура, которая частично присутствует в данных за 15 и 16 мая и хорошо видна в композите за 14 мая (рис. 6). Полученное поле концентрации хлорофилла  $a$  согласовано с моделью и с используемой информацией для последующих моментов времени на поверхности моря в силу минимизации функционала выражения (5). Для достижения экстремума функционала на данном интервале времени достаточно 3–4 итерации.

### Заключение

Проведенные расчеты показали эффективность используемого алгоритма при инициализации начального поля концентрации хлорофилла  $a$  в Черном море. Модель переноса используется в качестве интерполянта по пространству и времени, а решение сопряженной задачи – для построения градиента в пространстве параметров для итерационного спуска. Полученные при этом поля концентрации согласованы с распределенными по времени и пространству данными измерений и имеющейся информацией на соответствующий период времени. Результаты работы могут быть использованы при решении задач экологической направленности для Азово-Черноморского бассейна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демьшев С. Г. Численная модель оперативного прогноза течений в Черном море // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 1. С. 137–149. EDN OOWHLL.
2. Marchuk G. I., Penenko V. V. Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Modelling and Optimization of Complex Systems / Ed. G. I. Marchuk. Berlin : Springer, 1979. P. 240–252. <https://doi.org/10.1007/BFb0004167>
3. Семенов Е. В., Мортиков Е. В. Задачи оперативного усвоения данных для окраинных морей // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 1. С. 86–99. EDN OOWHKN.
4. Задачи численного моделирования гидродинамики океана с вариационной ассимиляцией данных наблюдений / В. Б. Залесный [и др.] // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52, № 4. С. 488–500. EDN WHWCJR. doi:10.7868/S0002351516040131
5. Shutyaev V. P., Le Dimet F.-X., Parmuzin E. Sensitivity analysis with respect to observations in variational data assimilation for parameter estimation // Nonlinear Processes in Geophysics. 2018. Vol. 25, iss. 2. P. 429–439. <https://doi.org/10.5194/npg-25-429-2018>
6. Кочергин В. С., Кочергин С. В., Станичный С. В. Вариационная ассимиляция спутниковых данных поверхностной концентрации взвешенного вещества в Азовском море // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2020. Т. 17, № 2. С. 40–48. EDN GADTAK. doi:10.21046/2070-7401-2020-17-2-40-48
7. Определение местоположения начального поля концентрации возможного источника загрязнения в акватории Черного моря у Гераклейского полуострова на основе метода сопряженных уравнений / С. Г. Демьшев [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 2. С. 226–237. doi:10.22449/0233-7584-2020-2-226-237
8. Шутяев В. П. Методы усвоения данных наблюдений в задачах физики атмосферы и океана // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 1. С. 17–34. EDN QTAWJS. doi:10.31857/S0002-351555117-34
9. Harten A. On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1984. Vol. 21, iss. 1. P. 1–23. <https://doi.org/10.1137/0721001>
10. Демьшев С. Г., Дымова О. А. Численный анализ мезомасштабных особенностей циркуляции в прибрежной зоне Черного моря // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 6. С. 655–663. EDN RFWNFH. doi:10.7868/S0002351513060035
11. The regional weather forecasting system SKIRON: An overview / G. Kallos [et al.] // Proceedings of the symposium on regional weather prediction on parallel computer environments. Athens, Greece : University of Athens, 1997. Vol. 15. P. 109–123.
12. Arakawa A., Lamb V. R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations // Monthly Weather Review. 1981. Vol. 109, iss. 1. P. 18–36. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1981\)109<0018:APЕАЕС>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1981)109<0018:APЕАЕС>2.0.CO;2)
13. Эволюция поля концентрации цезия-137 в Черном море после прохождения чернобыльского облака / С. Г. Демьшев [и др.] // Метеорология и гидрология. 2001. № 10. С. 49–61.

14. Оперативная система диагноза и прогноза гидрофизических характеристик Черного моря / Г. К. Коротаяев [и др.] // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52, № 5. С. 609–617. EDN WORWIV. doi:10.7868/S0002351516050072

Поступила 19.01.2023 г.; одобрена после рецензирования 16.03.2023 г.; принята к публикации 03.05.2023 г.; опубликована 26.06.2023 г.

*Об авторах:*

**Кочергин Владимир Сергеевич**, младший научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2), **ORCID ID: 0000-0002-6767-1218, ResearcherID: AAG-4209-2020, vskocher@gmail.com**

**Кочергин Сергей Владимирович**, старший научный сотрудник, Морской гидрофизический институт РАН (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2), кандидат физ.-мат. наук, **ORCID ID: 0000-0002-3583-8351, ResearcherID: AAG-4206-2020, svkocher@mail.ru**

*Заявленный вклад авторов:*

**Кочергин Владимир Сергеевич** – постановка задачи, написание и отладка программного кода, подготовка данных, анализ результатов расчетов, подготовка текста статьи

**Кочергин Сергей Владимирович** – постановка задачи, анализ результатов расчетов, подготовка текста статьи

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*