

Распространение пакета внутренних волн в почти трехслойном море над крутым шельфом

Л. В. Талалушкина, О. Е. Куркина, А. А. Куркин *,
А. Р. Гиниятуллин

*Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, Россия
e-mail: aakurkin@gmail.com

Поступила 3.06.2021 г.; принята к публикации 8.11.2021 г.; опубликована 24.12.2021 г.

В работе подробно рассмотрены процессы распространения и трансформации локализованного внутреннего волнового пакета над неровным дном в виде уступа в трехслойной жидкости в рамках одноволновой модели, основанной на уравнении Гарднера. Рассмотренная модельная ситуация является типичной для стратифицированного морского шельфа, когда группы короткопериодных волн, генерируемые баротропным приливом, распространяются из глубоководной области на мелководье. В качестве граничного условия на внешней границе «шельфа» используется точное однобрызговое решение однородной задачи, которое затем изменяется в горизонтально-неоднородной среде. Проведена серия численных экспериментов для различных высот уступа и параметров бризера – нелинейного локализованного осциллирующего волнового пакета с солитоноподобной огибающей. Выделены три качественно различных сценария трансформации: а) «подстройка» волнового пакета с сохранением его структуры, но с изменением амплитуды и длины составляющих его волн; б) трансформация волнового пакета в две уединенные волны (гребень и впадина); в) распад волнового пакета на разбегающиеся квазилинейные волновые цуги. Выполнен анализ поля скорости течения, возникающего при распространении волнового пакета. Структура придонного течения здесь во всех случаях такова: вдоль горизонтальной координаты чередуются зоны разнонаправленных потоков, образуя соответственно зоны дивергенции и конвергенции течения. Распределения вероятностей превышения скоростей этих потоков вдоль трассы почти симметричны и периодичны в случае «а», существенно несимметричны в случае «б» и являются нерегулярными и неоднородными в случае «в». Показано, что возникают зоны интенсивных течений с резкими неоднородностями, где возрастают градиенты внутренних волновых полей и усиливается их влияние на окружающую среду.

Ключевые слова: горизонтально-неоднородный океан, бризер, волновой пакет, трехслойная стратификация плотности, уравнение Гарднера, донный уступ, трансформация волн.

© Талалушкина Л. В., Куркина О. Е., Куркин А. А., Гиниятуллин А. Р., 2021



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) License

Благодарности: представленные результаты получены в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (тема № FSWE-2020-0007) и при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке кандидатов наук МК-218.2020.5.

Для цитирования: Распространение пакета внутренних волн в почти трехслойном море над крутым шельфом / Л. В. Талалушкина [и др.] // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2021. № 4. С. 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26

Shoaling of an Internal Wave Packet in an almost Three-Layer Sea over a Steep Shelf

L. V. Talalushkina, O. E. Kurkina, A. A. Kurkin*, A. R. Giniyatullin

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia
**e-mail: aakurkin@gmail.com*

Submitted 3.06.2021; revised 8.11.2021; published 24.12.2021

The paper considers in detail propagation and transformation of a localized internal wave packet over an irregular bottom in the form of a step in a three-layer liquid in the framework of a model based on the Gardner equation. This situation is typical for a stratified sea shelf, where groups of short-period waves generated by a barotropic tide propagate from the deep sea to the shallow water. As a boundary condition on the outer boundary of the “shelf”, an exact one-breather solution of a homogeneous problem is used, which then changes in a horizontally inhomogeneous medium. A series of numerical experiments for different ledge heights and breather (nonlinear localized oscillating wave packet with a soliton-like envelope) parameters is carried out. Three qualitatively different transformation scenarios are identified: a) “adjustment” of the wave packet that conserves its structure, but changes the amplitude and length of its constituent waves; b) transformation of the wave packet into two solitary waves (crest and trough); c) decay of the wave packet into dispersing quasilinear wave trains. The analysis of the flow velocity field induced by the propagation of the wave packet is performed. Due to the bottom current structure here, zones of multidirectional flows alternate along the horizontal coordinate forming zones of divergent and convergent currents, respectively. The distributions of the exceedance probabilities for the velocities of these flows along the horizontal axis are almost symmetric and periodic in case a), substantially asymmetric in case b), and are irregular and inhomogeneous in case c). It is shown that zones of intense currents with sharp inhomogeneities can appear with strong gradients of the internal wave fields, where their influence on the environment increases.

Keywords: horizontally inhomogeneous ocean, breather, wave packet, three-layer density stratification, Gardner equation, bottom step, wave transformation.

Acknowledgements: the presented results were obtained within the framework of the state assignment in the field of scientific activity (project No. FSWE-2020-0007) and with the financial support of the grant of the President of the Russian Federation for state support of Candidates of Sciences MK-218.2020.5.

For citation: Talalushkina, L.V., Kurkina, O.E., Kurkin, A.A. and Giniyatullin, A.R., 2021. Shoaling of an Internal Wave Packet in an Almost Three-Layer Sea over a Steep Shelf. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*, (4), pp. 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26 (in Russian).

Введение

Исследование короткопериодных внутренних гравитационных волн в контексте их воздействия на окружающую среду является одной из актуальных задач физики океана. Связано это в первую очередь с той ролью, которую играют такие волны в глобальной схеме баланса энергии волновых процессов в океане и, в частности, в интенсификации процессов турбулентного перемешивания. Современная исследовательская база этих процессов включает многочисленные дистанционные методы, спутниковые и подспутниковые измерения в различных районах Мирового океана [1–4], аналитическое и численное моделирование как в рамках трехмерной полнонелинейной системы уравнений Навье – Стокса [5–7], так и в рамках многочисленных эволюционных уравнений [8], позволяющих исследовать различные эффекты, связанные с распространением и взаимодействием нелинейных внутренних волн, включая солитоны – уединенные волны неизменной формы и бризеры – нелинейные осциллирующие волновые пакеты с солитоноподобной огибающей.

В отличие от солитонов, которые часто и повсеместно наблюдаются в зонах генерации внутренних волн (ВВ) и на шельфах, бризерам уделялось очень мало внимания. Записи ВВ, полученные из прямых наблюдений в различных акваториях Мирового океана, в ряде случаев содержат локализованные осциллирующие пакеты, которые можно предположительно отождествить с нелинейными волновыми группами – бризерами, однако их динамика на сегодняшний день изучена крайне скудно в теории и совсем не изучена практически в океанологии.

ВВ типа бризеров редко наблюдались в реальном океане, поскольку их трудно идентифицировать в физических полях. В литературе можно найти лишь немногочисленные эпизоды наблюдений, содержащие бризероподобные пакеты [6, 9–12]. Были выполнены некоторые исследования, касающиеся внутренних бризеров: для отдельных интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений была разработана теория, ориентированная на геофизические приложения [13, 14], показана возможность существования таких волновых структур в рамках численного решения полных нелинейных уравнений Эйлера [5, 15], исследован ряд механизмов образования бризеров в слоистой жидкости [16].

Бризеры представляют собой сложные структуры, описываемые несколькими независимыми параметрами, поэтому их динамика в неоднородной среде представляется нетривиальной и интересной. Прототипами таких структур являются точные бризерные решения интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений семейства Кортевега – де Вриза в рамках слабонелинейной теории, поэтому в первом приближении возможно построить и проанализировать качественную картину их динамики, эволюции и трансформации в рамках расширенных моделей этого класса, учитывающих различные геофизические аспекты (горизонтальную неоднородность стратификации вод, неровности рельефа дна и вращение Земли) [17].

Бризеры возможны лишь при определенных конфигурациях вертикального распределения плотности жидкой среды, обеспечивающих положительный знак коэффициента кубической нелинейности в рамках уточненной

слабонелинейной теории длинных волн. Простейшей конфигурацией, обеспечивающей существование бризеров, обладает трехслойная жидкость с определенным сочетанием толщин слоев и скачков плотности, в частности возможны симметричные относительно полуглубины случаи.

Однако для практических приложений в океанологии требуется детальное описание динамики и особенностей взаимодействия бризеров с неоднородностями среды, трансформации и дезинтеграции бризеров, а также исследование их воздействия на окружающую их среду. Предварительные расчеты трансформации бризеров над слабоотражающим уступом в трехслойном бассейне в рамках полнонелинейной теории были выполнены в работе [7].

В настоящей работе подробно рассмотрен процесс распространения и трансформации бризера ВВ с различными параметрами над донным уступом в трехслойной жидкости в рамках асимптотической модели для волн, распространяющихся в одну сторону, основанной на уравнении Гарднера. В первом параграфе приводятся основные уравнения слабонелинейной теории ВВ. Во втором параграфе описана схема задачи и начальные условия для дальнейшего численного моделирования. В третьем параграфе приведены результаты численных экспериментов. В заключении представлены основные выводы работы.

1. Основные уравнения слабонелинейной теории ВВ

Популярной моделью описания трансформации длинных ВВ конечной амплитуды является слабонелинейная теория, основанная на уравнениях типа Кортевега – де Вриза (КдВ). Одним из уравнений КдВ-иерархии является уравнение Гарднера для неоднородной среды, которое включает в себя как член квадратичной, так и член кубической нелинейности [18, 19]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\frac{\alpha Q}{c^2} \zeta + \frac{\alpha_1 Q^2}{c^2} \zeta^2 \right) \frac{\partial \zeta}{\partial s} + \frac{\beta}{c^4} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial s^3} + \frac{\zeta}{2Mc^2} \frac{d(c^3 M)}{dx} = 0, \quad (1)$$

где c – фазовая скорость распространения волны; α – коэффициент квадратичной нелинейности; α_1 – коэффициент кубической нелинейности; β – коэффициент дисперсии; Q – коэффициент усиления волны; $s = \int \frac{dx}{c(x)}$ – время

в системе отсчета, движущейся с переменной линейной скоростью длинных волн c (подробности см., например, в работе [20]).

Вертикальная структура ВВ и расчет ее параметров определяется через модовую функцию $\Phi(z)$, которая находится из решения краевой задачи Штурма – Луивилля [21, 22]:

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2} \Phi = 0, \quad \Phi(0) = \Phi(-H) = 0, \quad \Phi_{\max} = \Phi(z_{\max}) = 1,$$

где $N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz}}$ – частота Вайсяля – Брента; g – гравитационное ускорение; $\rho_0(z)$ – вертикальный профиль плотности. Будем рассматривать

здесь решение, соответствующее низшей моде, т. е. $\Phi(z)$, обладающее единственным экстремумом в толще жидкости. Смещение изопикн на различных горизонтах определяется формулой

$$\zeta(z, x, t) = \eta(x, t)\Phi(z) + \eta^2(x, t)T_n(z).$$

Здесь первая нелинейная поправка $T_n(z)$ находится как решение неоднородной краевой задачи

$$\frac{d^2 T_n}{dz^2} + \frac{N^2}{c^2} T_n = -\frac{\alpha}{c} \frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[\left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right], \quad T_n(0) = T_n(-H) = 0.$$

Коэффициенты уравнения (1) для произвольной стратификации жидкости находятся через модовую функцию и нелинейную поправку согласно следующим формулам:

$$\alpha = \frac{3c}{2D} \int_{-H}^0 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^3 dz, \quad \beta = \frac{c}{2D} \int_0^H \Phi^2 dz,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2D} \int_0^H dz \left\{ 9c \frac{dT_n}{dz} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 - 6c \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^4 + 5\alpha \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^3 - 4\alpha \frac{dT_n}{dz} \frac{d\Phi}{dz} - \frac{\alpha^2}{c} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right\},$$

$$M(x) = \int_{-H}^0 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 dz, \quad D = \int_{-H}^0 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 dz.$$

Подробное описание модели и методику расчета коэффициентов уравнения (1) можно найти, например, в работе [20].

Как уже говорилось, в уравнениях КдВ-иерархии семейства бризерных решений существуют только при учете кубической нелинейности, причем необходимо, чтобы это слагаемое имело положительный коэффициент α_1 . В приложении к задачам с ВВ это возможно лишь при определенных типах стратификации жидкости [23, 24]. Поэтому в настоящей работе используется почти трехслойная симметричная стратификация плотности [25, 26], которая, хоть и не является типичной, все же встречается в реальных океанских условиях [27]. При этом фоновое поле плотности возмущается на границе расчетной области смещением в виде однобризерного решения модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза (мКдВ) [28], поскольку в случае симметричного относительно полуглубины распределения плотности коэффициент квадратичной нелинейности α в уравнении (1) обращается в нуль и уравнение Гарднера совпадает с уравнением мКдВ [17, 26]. Однобризерное решение уравнения мКдВ имеет вид [29]

$$\frac{\eta_0(x, t)}{A_0} = -4a \operatorname{sech} \theta \cdot \left[\frac{\cos \phi + (a/b) \sin \phi \cdot \tanh \phi}{1 + (a/b)^2 \sin^2 \phi \cdot \operatorname{sech}^2 \phi} \right], \quad (2)$$

$$\theta = -2b \frac{x}{\xi} - 8b(b^2 - 3a^2) \frac{t}{\tau} + \theta_0, \quad \varphi = 2a \frac{x}{\xi} + 8a(3b^2 - a^2) \frac{t}{\tau} + \varphi_0,$$

$$\xi = \frac{1}{A_0} \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha_1}}, \quad \tau = \left(\frac{6}{\alpha_1}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{\beta}}{A_0^3},$$

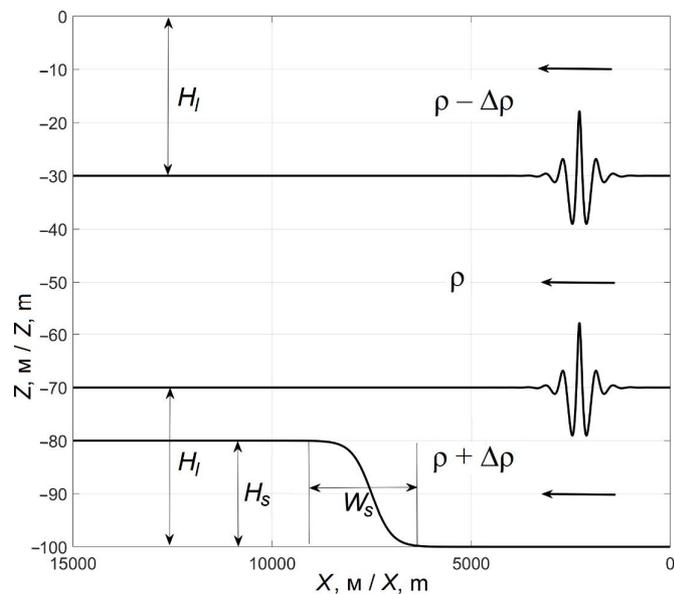
где a и b – произвольные параметры; θ_0 и φ_0 – фазовые сдвиги. Параметр b в основном влияет на количество волн в волновом пакете, параметр a преимущественно определяет амплитуду бризера [15, 30].

2. Постановка задачи

Схема расчетной области с начальным возмущением поля плотности представлена на рис. 1. Фоновые условия среды выбраны аналогично работе [7]: длина исследуемой области принималась равной $L = 15000$ м, невозмущенная глубина до уступа $H = 100$ м. Высота уступа H_s варьировалась от 8 до 20 м с шагом в 4 м. Форма сглаженного уступа определялась следующим соотношением:

$$D(x) = \frac{-(H - H_s)}{2} - \frac{H_s}{2} \operatorname{th} \frac{x - x_0}{d},$$

где x_0 – положение центра зоны неоднородной глубины по оси x ; $W_s = 2d$ – характерная ширина уступа. Вертикальное фоновое распределение плотности жидкости задавалось наиболее простым профилем с двумя равными, слегка сглаженными скачками (пикноклинами) на одинаковом расстоянии от дна и поверхности:



Р и с . 1 . Схема проводимых экспериментов

Fig. 1. Experimental scheme

$$\rho(z) = \rho_0 - \Delta\rho_1 \operatorname{th} \frac{z - z_{\text{pys1}}}{d_{\text{pys1}}} - \Delta\rho_2 \operatorname{th} \frac{z - z_{\text{pys2}}}{d_{\text{pys2}}},$$

где $\rho = 1020 \text{ кг/м}^3$ – среднее значение плотности; $\Delta\rho = 2\Delta\rho_1 = 2\Delta\rho_2 = 10 \text{ кг/м}^3$ – скачки плотности на верхнем и нижнем пикноклинах соответственно; $z_{\text{pys1}} = -30 \text{ м}$, $z_{\text{pys2}} = -70 \text{ м}$ – глубины залегания пикноклинов; $d_{\text{pys1}} = d_{\text{pys2}} = 4 \text{ м}$ – характерная полуширина пикноклинов. Ширина уступа W_s считалась постоянной для всех типов расчетов и равна 1000 м .

Уравнение (1) в работе решается численно с помощью неявной псевдоспектральной схемы с контролем сохранения интегралов массы и энергии. Подобный код неоднократно использовался для моделирования волновых процессов различной природы [31, 32]. Пространственный интервал выбирался исходя из предполагаемой формы, скорости возмущений и времени эволюции. В данной модели волны движутся в одну сторону без отражения. В начальной точке трассы задается граничное условие

$$\eta(x = 0, s) = \eta_0(s),$$

где η_0 определяется по формуле (2). Используемые параметры решения (2) будут описаны далее.

3. Результаты моделирования

Моделирование производилось для трех видов волновых пакетов (табл. 1, рис. 2). Коэффициент α_1 до уступа для всех приведенных нами расчетов остается постоянным и составляет $\alpha_1 = 0.002 \text{ 1/(м·с)}$. Все рассматриваемые нами комбинации параметров среды приведены в табл. 2.

В серии численных экспериментов А1 – А4 можно заметить, что при увеличении высоты уступа в процессе трансформации волнового пакета наблюдается генерация мелкомасштабных импульсов (рис. 3).

Необходимо отметить, что в эксперименте Б2 при высоте уступа 12 м бризер предположительно трансформируется в более широкий бризероподобный пакет с меньшей амплитудой, а в эксперименте Б4 при высоте уступа 20 м наблюдается разрушение нелинейного волнового пакета с образованием диспергирующего цуга волн (рис. 4). Эффект разрушения обусловлен тем, что при высоте уступа в рассмотренном диапазоне от 8 до 20 м коэффициент кубической нелинейности по мере прохождения над уступом меняет знак с положительного на отрицательный.

Т а б л и ц а 1. Параметры начальных условий для численных экспериментов

T a b l e 1. Parameters of initial conditions for numerical experiments

| Маркер численного эксперимента / Numerical experiment marker | Коэффициенты / Coefficients | | Начальная амплитуда волны, м / Initial wave amplitude, m |
|---|--------------------------------|------|---|
| | a | b | |
| а | 0.2 | 0.9 | 6 |
| б | -0.5 | 1.15 | 12 |
| в | 0.9 | 0.05 | 17 |

Таблица 2. Сводная таблица для серии численных экспериментов

Table 2. Summary table for a series of numerical experiments

| Эксперимент / Experiment | Высота уступа, м / Step height, m | Маркер бризера / Breather marker |
|--------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| A1 | 8 | A |
| A2 | 12 | A |
| A3 | 16 | A |
| A4 | 20 | A |
| B1 | 8 | Б |
| B2 | 12 | Б |
| B3 | 16 | Б |
| B4 | 20 | Б |
| V1 | 8 | В |
| V2 | 12 | В |
| V3 | 16 | В |
| V4 | 20 | В |

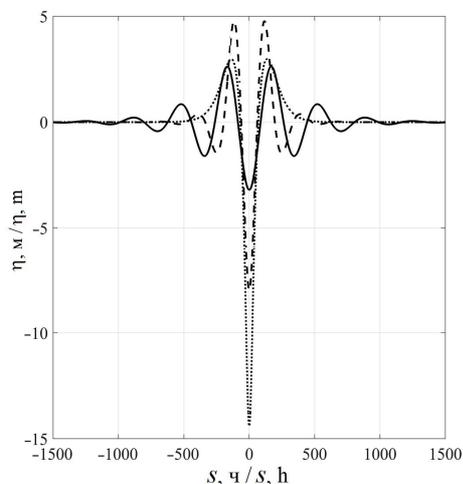


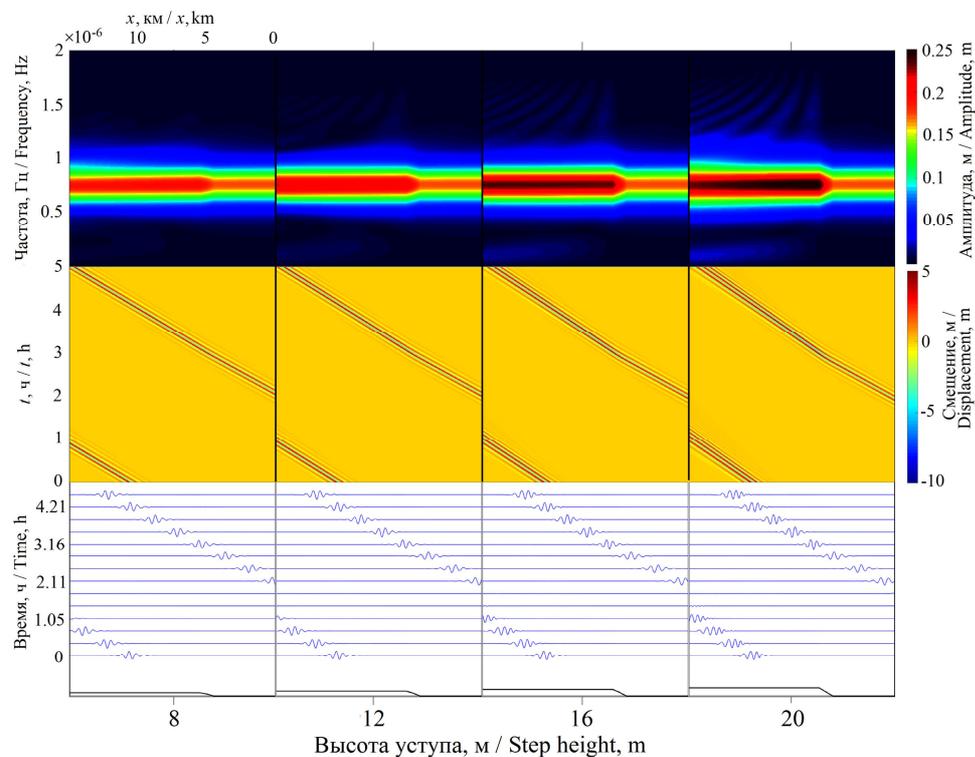
Рис. 2. Вид начальных условий бризеров, представленных в табл. 1 (сплошная линия – «а»; штриховая – «б»; пунктирная – «в»)

Fig. 2. The form of the initial conditions of breathers presented in Table 1 (solid line – «a»; dashed line – «б»; dotted line – «в»)

По приведенным ниже иллюстрациям (рис. 5) можно заметить, что при прохождении бризера над уступом высотой 16 м (эксперимент В3, см. табл. 2) исходный бризер распадается на две внутренних уединенных волны различной полярности, при увеличении высоты уступа наблюдается также распространение высокочастотных импульсов (рис. 5, сверху). На рис. 5 наблюдается генерация и трансформация мелкомасштабных осциллирующих «хвостов», которые затухают со временем.

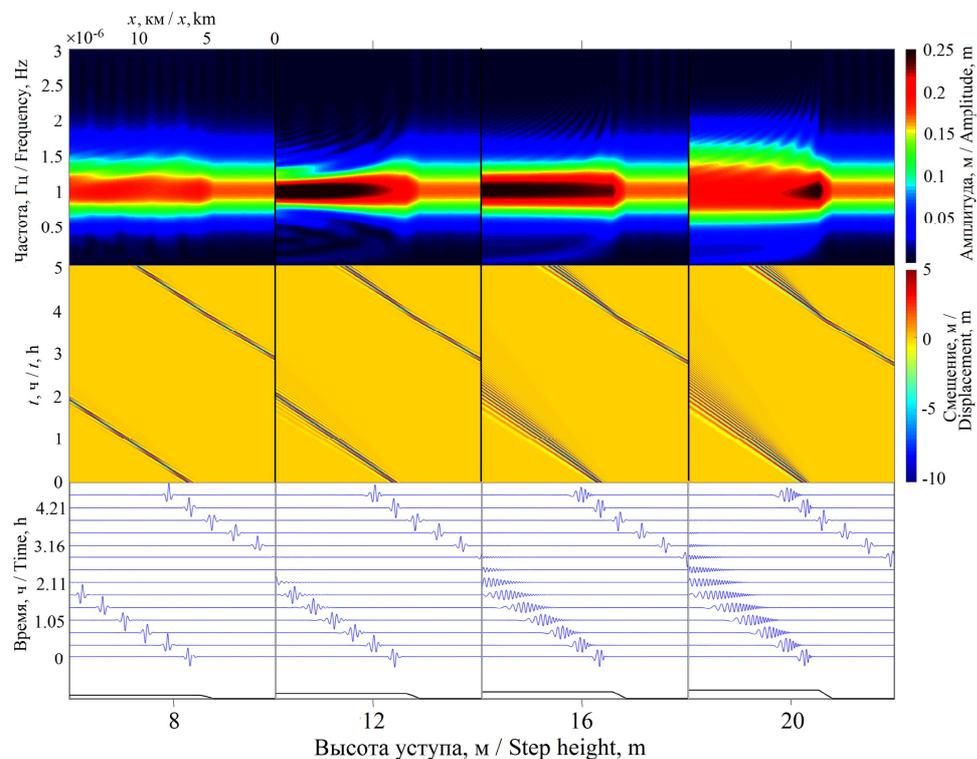
На рис. 6 наблюдается смещение максимума спектральной амплитуды бризера влево в низкочастотную область, при этом формируются дополнительные пики на более высоких частотах.

Хотя рассматриваемая задача о трансформации волны в рамках уравнения Гарднера для переменной среды (1) является одномерной по пространству (уравнение записано для смещения изопикны в точке максимума линейной моды), все другие физические поля могут быть сравнительно легко восстановлены в вертикальной плоскости Oxz , в частности поле скорости частиц жидкости в потоке, индуцированном волной [33]. Используя соотношения слабонелинейной теории [34], оценим поля горизонтальной и вертикальной скорости для случая В4 (см. табл. 2). Горизонтальная компонента скорости дает наибольший вклад в локальную скорость течения. Это типично для длинных волн, поэтому в первую очередь именно эта характеристика поля ВВ должна рассматриваться при анализе процессов переноса частиц волнами в зоны экосистем морского шельфа, в том числе транспорта в придонной и приповерхностной областях.



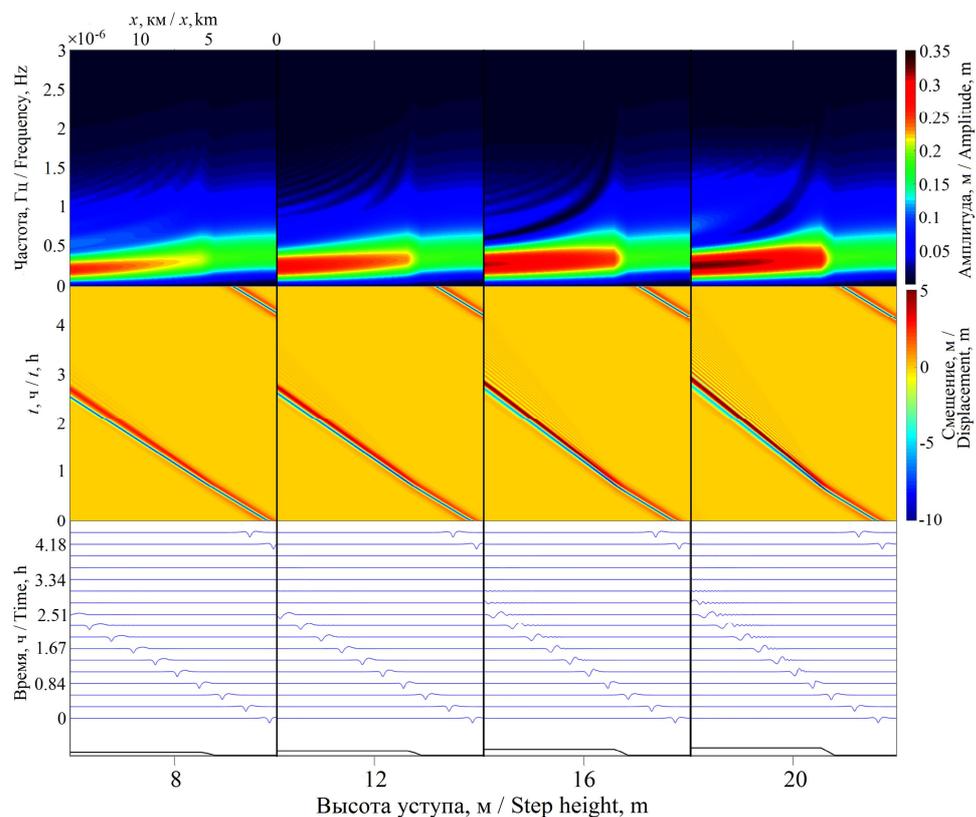
Р и с . 3 . Смещение верхнего пикноклина (снизу, вертикальный сдвиг между последовательными кривыми составляет 10 м), пространственно-временные диаграммы (посередине) и спектры Фурье (сверху) процесса трансформации бризера над уступом в зависимости от высоты уступа. Серия численных экспериментов А1 – А4 (см. табл. 2)

F i g . 3 . The displacement of the upper pycnocline (bottom, the vertical displacement between successive curves is 10 m), space-time diagrams (in the center) and Fourier spectra (top) of the breather transformation process above the step depending on the step height. The series of numerical experiments А1 – А4 (see Table 2)



Р и с . 4 . Смещение верхнего пикноклина (снизу, вертикальный сдвиг между последовательными кривыми составляет 10 м), пространственно-временные диаграммы (посередине) и спектры Фурье (сверху) процесса трансформации бризера над уступом в зависимости от его высоты. Серия численных экспериментов Б1 – Б4 (см. табл. 2)

F i g . 4 . The displacement of the upper pycnocline (bottom, the vertical displacement between successive curves is 10 m), space-time diagrams (in the center) and Fourier spectra (top) of the breather transformation process above the step depending on its height. The series of numerical experiments Б1 – Б4 (see Table 2).



Р и с . 5 . Смещение верхнего пикноклина (снизу, вертикальный сдвиг между последовательными кривыми составляет 10 м), пространственно-временные диаграммы (посередине) и спектры Фурье (сверху) процесса трансформации бризера над уступом в зависимости от его высоты. Серия численных экспериментов B1 – B4 (см. табл. 2).

F i g . 5 . The displacement of the upper pycnocline (bottom, the vertical displacement between successive curves is 10 m), space-time diagrams (in the center) and Fourier spectra (top) of the breather transformation process above the step depending on its height. The series of numerical experiments B1 – B4 (see Table 2).

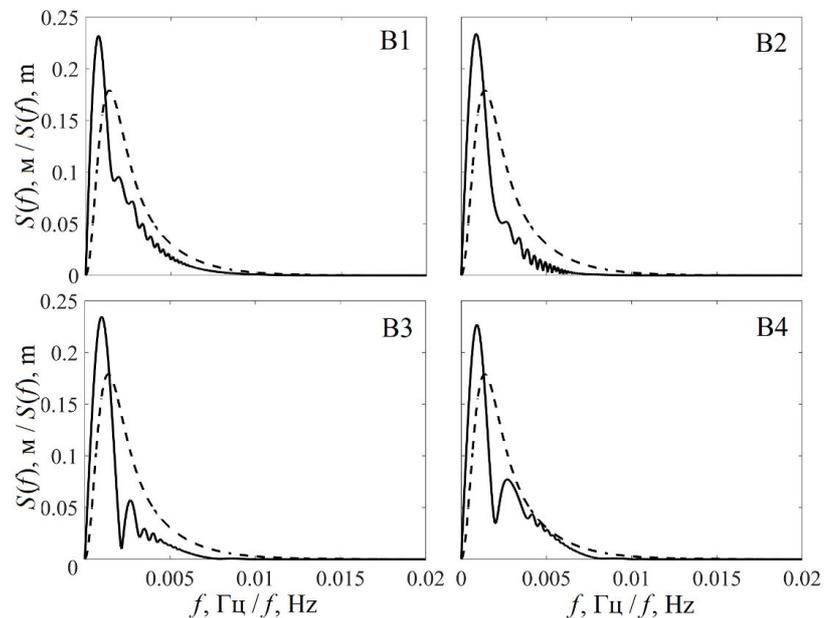
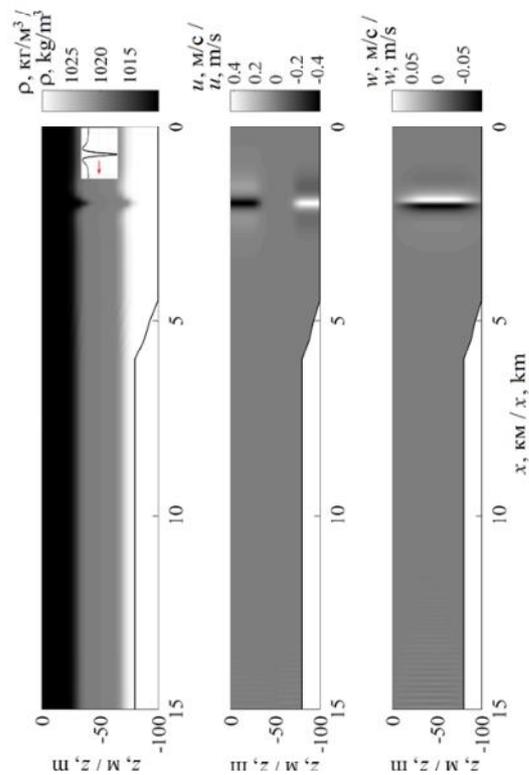


Рис. 6. Спектры Фурье волны в начальной (штриховая линия) и в конечной (сплошная линия) точке трассы для экспериментов B1 – B4 (см. табл. 2)

Fig. 6. Fourier spectra of the wave at the initial (dashed line) and at the final (solid line) point of the path for experiments B1 – B4 (see Table 2)

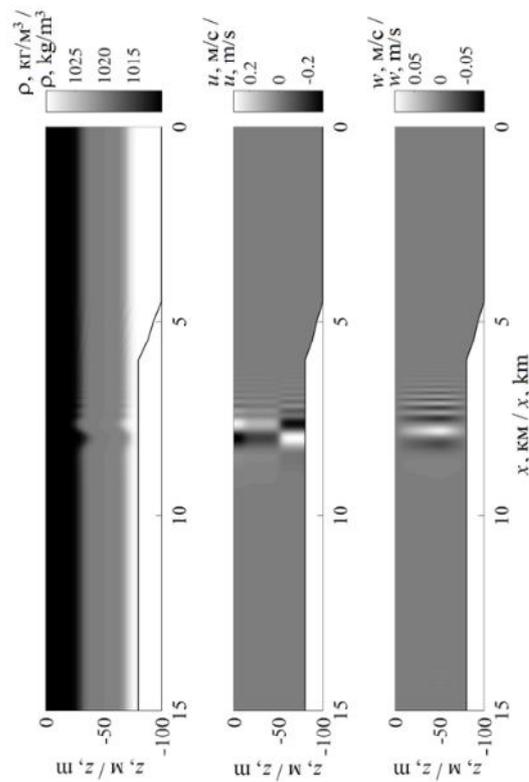
На рис. 7 приведено распределение поля плотности с учетом смещения изолиний при прохождении бризера («в») (см. табл. 1), а также распределение горизонтальной и вертикальной компонент скорости в момент времени $t = 756$ с. Максимальное значение горизонтальной компоненты скорости частиц составляет 0.5 м/с (рис. 8). В момент времени $t = 5220$ с (рис. 8, посередине) горизонтальная скорость частиц уменьшается и составляет 0.3 м/с. Наблюдается также снижение скорости частиц внутри бризероподобного пакета и в поле вертикальной компоненты скорости (см. рис. 7 и 8, снизу).

На рис. 9 представлено распределение вероятности превышения уровня для значений скоростей придонных течений в случаях, описанных выше (см. рис. 2). Изменение горизонтальной компоненты скорости в эксперименте A4 на всей трассе распространения незначительно (рис. 9, a), в отличие от эксперимента B4 (рис. 9, b). В эксперименте B4 (рис. 9, c) в начальные моменты времени горизонтальная скорость распределена неравномерно и несимметрично, достигая значений до 0.5 м/с, а ближе к концу трассы – более симметрично в пределах значений ± 0.2 м/с. Когда горизонтальная компонента скорости распределена несимметрично в начале трассы, преобладают по величине скорости течений, направленные в сторону шельфа, однако возмущения поля скорости обратного направления к берегу являются более длительными по времени.



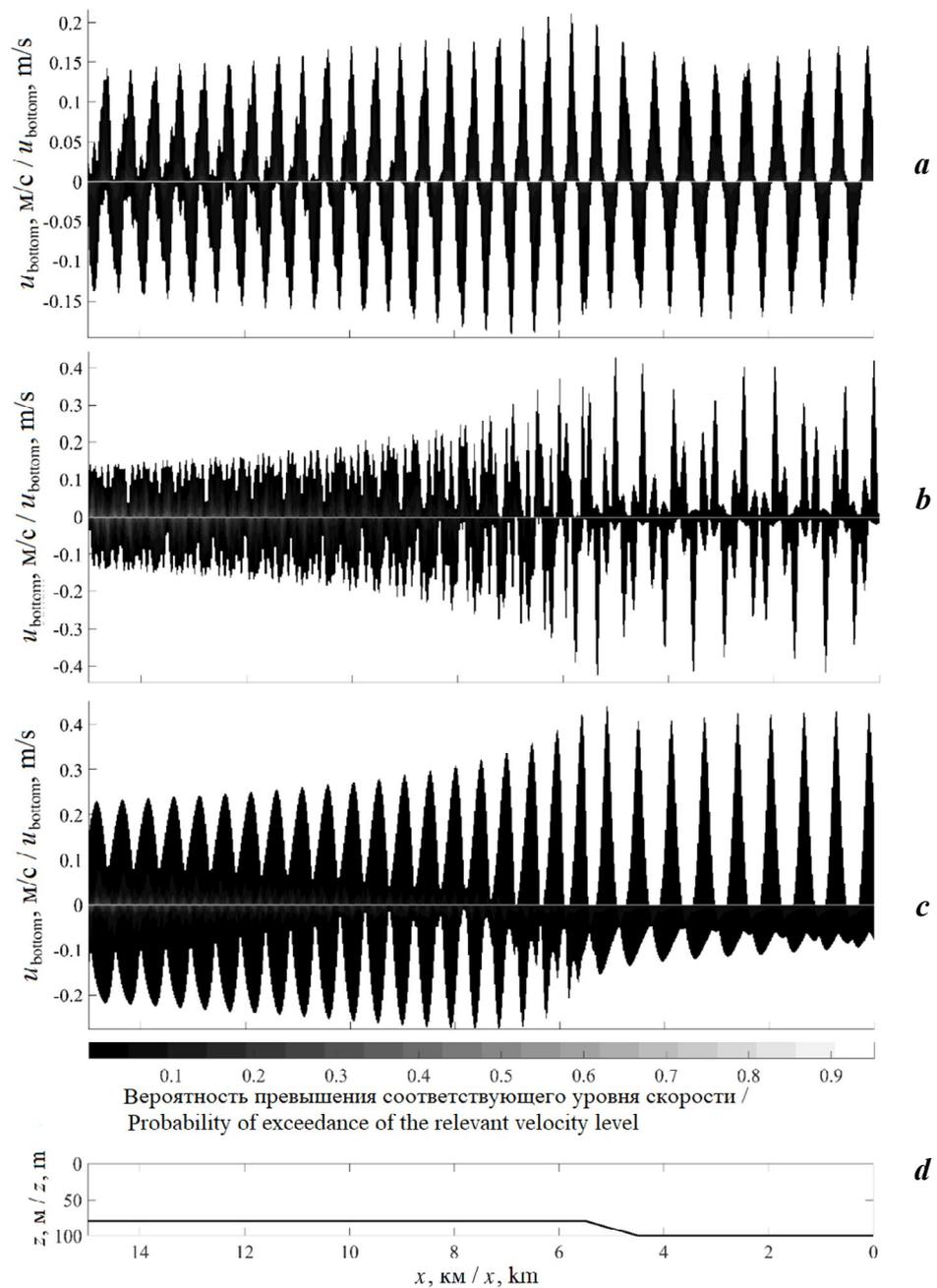
Р и с . 7 . Характерная стратификация плотности с учетом смещений изолиний при прохождении бризера («в») (сверху, на врезке показана форма волнового возмущения, используемая в расчетной модели), структура поля горизонтальной скорости (посередине) и структура поля вертикальной скорости в момент времени $t = 0.21$ ч в эксперименте B4 (см. табл. 2)

Fig. 7. Typical density stratification taking into account the displacements of isolines during the propagation of the breather (c) (top, the box shows the form of wave disturbance used in the calculation model), the structure of the horizontal velocity field (in the center) and the structure of the vertical velocity field at time $t = 0.21$ h in experiment B4 (see Table 2)



Р и с . 8 . Характерная стратификация плотности (сверху), структура поля горизонтальной скорости (посередине) и структура поля вертикальной скорости при трансформации бризера в момент времени $t = 1.45$ ч в эксперименте B4 (см. табл. 2)

Fig. 8. Typical density stratification (top), the structure of the horizontal velocity field (in the center) and the structure of the vertical velocity field during the breather transformation at time $t = 1.45$ h in experiment B4 (see Table 2)



Р и с . 9 . Вероятность возникновения больших скоростей частиц, индуцированных трансформирующимся бризером в эксперименте А4 (*a*), Б4 (*b*), В4 (*c*) (см. табл. 2); профиль дна (*d*)

Fig . 9 . Probability of high particle velocities induced by the transforming breather in experiment A4 (*a*), B4 (*b*), B4 (*c*) (see Table 2); bottom profile (*d*)

Необходимо отметить, что вероятностные распределения скорости, представленные на рис. 9, в некоторых зонах обладают «тяжелыми хвостами» (наблюдаются участки, на которых с большей вероятностью присутствуют более интенсивные течения с большим градиентом по x), а значит, возрастает степень значимости влияния бароклинных короткопериодных волновых полей на окружающую среду. Интенсификация разнонаправленных придонных потоков в отдельных областях, проявляющаяся при анализе в локальном утяжелении «хвостов» распределений скорости, может приводить к взвешиванию и перемещению донных наносов на шельфе и последующему образованию подводных дюн [35–37].

Заключение

В настоящей работе подробно рассмотрен процесс распространения и трансформации бризера ВВ с различными начальными условиями над донным уступом в трехслойной жидкости в рамках одноволновой асимптотической модели, основанной на уравнении Гарднера. Была проведена серия численных экспериментов для различных высот уступа в диапазоне от 8 до 20 м с шагом 4 м. Показано, что при высоте уступа 20 м для начальных условий, рассмотренных в данной работе, существуют три режима трансформации: трансформация бризера в бризероподобный пакет с меньшей амплитудой и большей длиной волны, трансформация бризера в две уединенные волны различной полярности с осциллирующими мелкомасштабными возмущениями, разрушение нелинейного волнового пакета с образованием диспергирующего цуга волн. Выполненные расчеты позволяют провести дальнейшие оценки воздействия бризероподобных внутренних волновых пакетов на биологические, экологические и геологические процессы в стратифицированной шельфовой зоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зубкова Е. В., Козлов И. Е., Кудрявцев В. Н.* Наблюдение короткопериодных внутренних волн в море Лаптевых на основе спутниковых радиолокационных измерений // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13, № 6. С. 99–109. doi:10.21046/2070-7401-2016-13-6-99-109
2. *Лаврова О. Ю.* Проявление внутренних волн на спутниковых изображениях северо-восточной части Черного моря в июле 2017 г. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15, № 1. С. 309–315. doi:10.21046/2070-7401-2018-15-1-309-315
3. *Mitnik L. M., Dubina, V. A.* Spatial-temporal distribution and characteristics of internal waves in the Okhotsk and Japan Seas studied by ERS-1/2 SAR and Envisat ASAR // Proceedings of the Envisat Symposium 2007, Montreux, Switzerland (ESA SP-636, July 2007). Noordwijk, The Netherlands : ESTEC, 2007. P. 23–27.
4. *Da Silva J. C. B., New A. L., Magalhaes J. M.* On the structure and propagation of internal solitary waves generated at the Mascarene Plateau in the Indian Ocean // Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. 2011. Vol. 58, iss. 3. P. 229–240. https://doi.org/10.1016/j.dsr.2010.12.003
5. Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid / K. Lamb [et al.] // Physical Review E. 2007. Vol. 75, iss. 4. 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306

6. Tidal energy conversion in a global hot spot: On the 3-D dynamics of baroclinic tides at the Celtic Sea shelf break / V. Vlasenko [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2014. Vol. 119, iss. 6. P. 3249–3265. doi:10.1002/2013JC009708
7. Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости / П. В. Лобовиков [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2019. Т. 55, № 6. С. 182–193. doi:10.31857/S0002-3515556182-193
8. *Holloway P., Pelinovsky E., Talipova T.* Internal tide transformation and oceanic internal solitary waves // *Environmental stratified flows* / Ed. R. Grimshaw. Boston, MA : Springer US, 2002. Chapter 2. P. 29–60. https://doi.org/10.1007/0-306-48024-7_2
9. *Талалушкина Л. В., Куркина О. Е., Гиниятуллин А. Р.* Эпизоды наблюдений бризероподобных внутренних волн в Мировом океане // *Информационные системы и технологии – 2021 : сборник материалов XXVII Международной научно-технической конференции*. Н. Новгород : Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2021. С. 967–971.
10. Episodes of nonlinear internal waves in the Northern East China Sea / J.-H. Lee [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2006. Vol. 33, iss. 18. L18601. doi:10.1029/2006GL027136
11. *Vlasenko V., Stashchuk N.* Internal tides near the Celtic Sea shelf break: A new look at a well known problem // *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*. 2015. Vol. 103. P. 24–36. doi:10.1016/j.dsr.2015.05.003
12. Statistics of field data on internal waves / M. V. Kokoulina [et al.] // *Proceedings of the Fourteenth MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation*. 2019. Vol. 2. P. 733–743.
13. Simulation of the transformation of internal solitary waves on oceanic shelves / R. Grimshaw [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 2004. Vol. 34, iss. 12. P. 2774–2791. doi:10.1175/JPO2652.1
14. Internal solitary waves: propagation, deformation and disintegration / R. Grimshaw [et al.] // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2010. Vol. 17, iss. 6. P. 633–649. doi:10.5194/npg-17-633-2010
15. *Nakayama K., Lamb K. G.* Breathers in a three-layer fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 903. A40. doi:10.1017/jfm.2020.653
16. Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step / K. Terletska [et al.] // *Physics of Fluids*. 2016. Vol. 28, iss. 11. 116602. doi:10.1063/1.4967203
17. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* The modified Korteweg – de Vries equation in the theory of large – amplitude internal waves // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997. Vol. 4, iss. 4. P. 237–250. <https://doi.org/10.5194/npg-4-237-1997>
18. *Holloway P. E., Pelinovsky E., Talipova T.* Generalized Korteweg - de Vries Model of Internal Tide Transformation in the Coastal Zone // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1999. Vol. 104, iss. C8. P. 18333–18350. <https://doi.org/10.1029/1999JC900144>
19. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Poloukhina O.* Higher-order Korteweg – de Vries models for internal solitary waves in a stratified shear flow with a free surface // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2002. Vol. 9, iss. 3/4. P. 221–235. <https://doi.org/10.5194/npg-9-221-2002>

20. Propagation Regimes and Populations of Internal Waves in the Mediterranean Sea Basin / O. Kurkina [et al.] // *Estuarine, Coastal and Shelf Science*. 2017. Vol. 185. P. 44–54. doi:10.1016/j.ecss.2016.12.003
21. *Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е., Энгельбрехт Ю. К.* Нелинейные эволюционные уравнения. Таллинн : Валгус, 1984. 154 с.
22. Internal Solitary Waves / E. N. Pelinovsky [et al.] // *Solitary Waves in Fluids* / Ed. by R. Grimshaw. Southampton ; Boston : WIT Press, 2007. Chapter 4. P. 85–110.
23. Моделирование динамики интенсивных внутренних волн на шельфе / Т. Г. Талипова [и др.] // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. Т. 50, № 6. С. 714–722.
24. Internal wave breathers in the slightly stratified fluid / T. Talipova [et al.] // *Microgravity Science and Technology*. 2020. Vol. 32, iss. 1. P. 69–77. doi:10.1007/s12217-019-09738-2
25. *Рувинская Е. А., Куркина О. Е., Куркин А. А.* Моделирование «внутренней погоды» в экосистеме стратифицированного морского шельфа // *Экологические системы и приборы*. 2011. № 6. С. 8–16.
26. Propagation regimes of interfacial solitary waves in a three-layer fluid / O. E. Kurkina [et al.] // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2015. Vol. 22, iss. 2. P. 117–132. doi:10.5194/npg-22-117-2015
27. Зонирование по типам плотностной стратификации вод Балтийского моря в контексте динамики внутренних гравитационных волн / Е. А. Рувинская [и др.] // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2018. Т. 11, № 1. С. 46–51. doi:10.7868/S2073667318010057
28. Generation of large-amplitude solitons in the extended Korteweg – de Vries equation / R. Grimshaw [et al.] // *Chaos*. 2002. Vol. 12, iss. 4. P. 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
29. On the generation of solitons and breathers in the modified Korteweg – de Vries equation / S. Clarke [et al.] // *Chaos*. 2000. Vol. 10, iss. 2. P. 383–392. doi:10.1063/1.166505
30. *Didenkulova E., Pelinovsky E.* Breather’s properties within the framework of the modified Korteweg – de Vries equation // *Symmetry*. 2020. Vol. 12, iss. 4. 638. doi:10.3390/sym12040638
31. Динамика солитонов в неинтегрируемой версии модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза / О. Е. Куркина [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. 2012. Т. 95, вып. 2. С. 98–103.
32. Nik Ismail N. N. A., Alias A., Harun F. N. The Propagation of nonlinear internal waves under the influence of variable topography and earth’s rotation in a two-layer fluid // *Fluids*. 2020. Vol. 5, iss. 3. 140. doi:10.3390/fluids5030140
33. Vertical structure of the velocity field induced by mode-I and mode-II solitary waves in a stratified fluid / O. Kurkina [et al.] // *The European Physical Journal E*. 2018. Vol. 41, iss. 3. 3. <https://doi.org/10.1140/epje/i2018-11654-3>
34. Перенос частиц при распространении бризеров внутренних гравитационных волн / Е. А. Рувинская [и др.] // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2015. Т. 8, № 3. P. 53–61.

35. Upslope migrating sand dunes in the upper slope of the Mozambican margin (SW Indian Ocean) / E. Miramontes [et al.] // MARID VI. Sixth International Conference on Marine and River Dune Dynamics, 1-3 April 2019, Bremen, Germany. Bremen : MARUM – Center for Marine Environmental Sciences, University Bremen and SHOM, 2019. P. 169–172. URL: <https://www.marum.de/Binaries/Binary18548/MARIDVI-Books-of-proceedings.pdf> (date of access: 01.12.2021).
36. Reeder D. B., Ma B. B., Yang Y. J. Very large subaqueous sand dunes on the upper continental slope in the South China Sea generated by episodic, shoaling deep-water internal solitary waves // Marine Geology. 2011. Vol. 279, iss. 1–4. P. 12–18. <https://doi.org/10.1016/j.margeo.2010.10.009>
37. Kawaguchi Y., Nishino S., Inoue J. Fixed-point observation of mixed layer evolution in the seasonally ice-free Chukchi Sea: Turbulent mixing due to Gale winds and internal gravity waves // Journal of Physical Oceanography. 2015. Vol. 45, iss. 3. P. 836–853. doi:10.1175/jpo-d-14-0149.1

Об авторах:

Талалужкина Лидия Валерьевна, младший научный сотрудник, Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), **ORCID ID: 0000-0002-8049-6856**, **AuthorID (РИНЦ): 981837**, talalushkina.lida@gmail.com

Куркина Оксана Евгеньевна, ведущий научный сотрудник, Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), кандидат физико-математических наук, доцент, **AuthorID (РИНЦ): 40952**, **Scopus Author ID: 36676379700**, **ResearcherID WoS: G-9577-2011**, **ORCID ID: 0000-0002-4030-2906**, oksana.kurkina@mail.ru

Куркин Андрей Александрович, проректор по научной работе, Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), доктор физико-математических наук, профессор, **AuthorID (РИНЦ): 35546**, **Scopus Author ID: 7003446660**, **ResearcherID: A-1972-2014**, **ORCID ID: 0000-0003-3828-6406**, aakurkin@gmail.com

Гиниятуллин Айрат Рафаэлевич, научный сотрудник, Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), кандидат физико-математических наук, **AuthorID (РИНЦ): 601023**, ARGiniyatullin@rosatom.ru

Заявленный вклад авторов:

Талалужкина Лидия Валерьевна – отладка компьютерной программы решения задачи, проведение численных расчетов

Куркина Оксана Евгеньевна – формулировка и постановка задачи, качественный и количественный анализ результатов

Куркин Андрей Александрович – научное руководство, критический анализ и доработка текста

Гиниятуллин Айрат Рафаэлевич – подбор и анализ литературы, построение рисунков, участие в обсуждении материалов статьи

REFERENCES

1. Zubkova, E.V., Kozlov, I.E. and Kudryavcev, V.N., 2016. Spaceborne SAR Observations of Short-Period Internal Waves in the Laptev Sea. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa*, 13(6), pp. 99–109. doi:10.21046/2070-7401-2016-13-6-99-109 (in Russian).
2. Lavrova, O.Yu., 2018. Internal Waves Observed in Satellite Images of the Northeastern Black Sea in July 2017. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa*, 15(1), pp. 309–315. doi:10.21046/2070-7401-2018-15-1-309-315 (in Russian).
3. Mitnik, L.M. and Dubina, V.A., 2007. Spatial-Temporal Distribution and Characteristics of Internal Waves in the Okhotsk and Japan Seas Studied by ERS-1/2 SAR and Envisat ASAR. *Proceedings of the Envisat Symposium 2007, Montreux, Switzerland (ESA SP-636, July 2007)*, Noordwijk, The Netherlands: ESTEC, pp. 23–27.
4. Da Silva, J.C.B., New, A.L. and Magalhaes, J.M., 2011. On the Structure and Propagation of Internal Solitary Waves Generated at the Mascarene Plateau in the Indian Ocean. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 58(3), pp. 229–240. <https://doi.org/10.1016/j.dsr.2010.12.003>
5. Lamb, K., Polukhina, O., Talipova, T., Pelinovsky, E., Xiao, W. and Kurkin, A., 2007. Breather Generation in Fully Nonlinear Models of a Stratified Fluid. *Physical Review E*, 75(4), 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306
6. Vlasenko, V., Stashchuk, N., Inall, M. and Hopkins, J., 2014. Tidal Energy Conversion in a Global Hot Spot: On the 3-D Dynamics of Baroclinic Tides at the Celtic Sea Shelf Break. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 119(6), pp. 3249–3265. doi:10.1002/2013JC009708
7. Lobovikov, P.V., Kurkina, O.E., Kurkin, A.A. and Kokoulina, M.V., 2019. Transformation of the First Mode Breather of Internal Waves above a Bottom Step in a Three-Layer Fluid. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 55(6), pp. 650–661. doi:10.1134/S0001433819060094
8. Holloway, P., Pelinovsky, E. and Talipova, T., 2002. Internal Tide Transformation and Oceanic Internal Solitary Waves. In: Ed. R. Grimshaw, 2002. *Environmental Stratified Flows*. Boston, MA: Springer US. Chapter 2, pp. 29–60. https://doi.org/10.1007/0-306-48024-7_2
9. Talalushkina, L.V., Kurkina, O.E. and Giniyatullin, A.R., 2021. Episodes of Observing Breathlike Internal Waves in the World Ocean. In: Engineering School of Information Technologies, Telecommunications and Control Systems, 2021. *XXVII International Scientific and Technical Conference, Nizhny Novgorod State Technical University named after R. E. Alekseev, 23 April 2021*. Nizhny Novgorod, pp. 967–971 (in Russian).
10. Lee, J.H., Lozovatsky, I., Jang, S.-T., Jang, C.J., Hong, C.S. and Fernando, H.J.S., 2006. Episodes of Nonlinear Internal Waves in the Northern East China Sea. *Geophysical Research Letters*, 33(18), L18601. doi:10.1029/2006GL027136
11. Vlasenko, V. and Stashchuk, N., 2015. Internal Tides near the Celtic Sea Shelf Break: A New Look at a Well Known Problem. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 103, pp. 24–36. doi:10.1016/j.dsr.2015.05.003
12. Kokoulina, M.V., Kurkina, O.E., Ruvinskaya, E.A., Kurkin, A.A. and Giniyatullin, A.R., 2019. Statistics of Field Data on Internal Waves. In: *MEDCOAST, 2019. The Fourteenth MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation*. Vol. 2, pp. 733–743.

13. Grimshaw, R., Pelinovsky, E., Talipova, T. and Kurkin, A., 2004. Simulation of the Transformation of Internal Solitary Waves on Oceanic Shelves. *Journal of Physical Oceanography*, 34(12), pp. 2774–2791. doi:10.1175/JPO2652.1
14. Grimshaw, R., Talipova, T., Pelinovsky, E. and Kurkina, O., 2010. Internal Solitary Waves: Propagation, Deformation and Disintegration. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 17, pp. 633–649. doi:10.5194/npg-17-633-2010
15. Nakayama, K. and Lamb, K.G., 2020. Breathers in a Three-Layer Fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 903, A40. doi:10.1017/jfm.2020.653
16. Terletska, K., Jung, K.T., Talipova, T., Maderich, V., Brovchenko, I. and Grimshaw, R., 2016. Internal Breather-Like Wave Generation by the Second Mode Solitary Wave Interaction with a Step. *Physics of Fluids*, 28(11), 116602. doi:10.1063/1.4967203
17. Grimshaw, R., Pelinovsky, E. and Talipova, T., 1997. The Modified Korteweg – de Vries Equation in the Theory of the Large – Amplitude Internal Waves. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 4(4), pp. 237–250. <https://doi.org/10.5194/npg-4-237-1997>
18. Holloway, P., Pelinovsky, E. and Talipova T.A., 1999. Generalized Korteweg – de Vries Model of Internal Tide Transformation in the Coastal Zone. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 104(C8), pp. 18333–18350. <https://doi.org/10.1029/1999JC900144>
19. Grimshaw, R., Pelinovsky, E. and Poloukhina, O., 2002. Higher-Order Korteweg – de Vries Models for Internal Solitary Waves in a Stratified Shear Flow with a Free Surface. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 9(3/4), pp. 221–235. <https://doi.org/10.5194/npg-9-221-2002>
20. Kurkina, O., Rouvinskaya, E., Talipova, T. and Soomere, T., 2017. Propagation Regimes and Populations of Internal Waves in the Mediterranean Sea Basin. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 185, pp. 44–54. doi:10.1016/j.ecss.2016.12.003
21. Engelbrecht, J.K., Fridman, V.E. and Pelinovsky, E.N., 1988. *Nonlinear Evolution Equations*. London: Longman Scientific & Technical, 122 p.
22. Pelinovsky, E., Polukhina, O., Slunyaev, A. and Talipova, T., 2007. Internal Solitary Waves. In: R. Grimshaw, ed., 2007. *Solitary Waves in Fluids*. Southampton, Boston: WIT Press, pp. 85–110.
23. Talipova, T., Pelinovsky, E., Kurkin, A. and Kurkina, O., 2014. Modeling the Dynamics of Intense Internal Waves on the Shelf. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 50(6), pp. 630–637. doi:10.1134/S0001433814060164
24. Talipova, T., Kurkina, O., Kurkin, A., Didenkulova, E. and Pelinovsky, E., 2020. Internal Wave Breathers in the Slightly Stratified Fluid. *Microgravity Science and Technology*, 32(1), pp. 69–77. doi: 10.1007/s12217-019-09738-2
25. Ruvinskaya, E.A., Kurkina, O.E. and Kurkin, A.A., 2011. Modeling of the "Internal Weather" in the Ecosystem of a Stratified Sea Shelf. *Ecological Systems and Devices*, (6), pp. 8–16 (in Russian).
26. Kurkina, O.E., Kurkin, A.A., Rouvinskaya, E.A. and Soomere, T., 2015. Propagation Regimes of Interfacial Solitary Waves in a Three-Layer Fluid. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 22(2), pp. 117–132. doi:10.5194/npg-22-117-2015
27. Rouvinskaya, E.A., Tyugin, D.Y., Kurkina, O.E. and Kurkin, A.A., 2018. Mapping of the Baltic Sea by the Types of Density Stratification in the Context of Dynamics of Internal Gravity Waves. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*, 11(1), pp. 46–51. doi:10.7868/S2073667318010057 (in Russian).

28. Grimshaw, R., Pelinovsky, D., Pelinovsky, E. and Slunyaev, A., 2002. Generation of Large-Amplitude Solitons in the Extended Korteweg – de Vries Equation. *Chaos*, 12(4), pp. 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
29. Clarke, S., Grimshaw, R., Miller, P., Pelinovsky, E. and Talipova, T., 2000. On the Generation of Solitons and Breathers in the Modified Korteweg – de Vries Equation. *Chaos*, 10(2), pp. 383–392. doi:10.1063/1.166505
30. Didenkulova, E. and Pelinovsky, E., 2020. Breather’s Properties within the Framework of the Modified Korteweg – de Vries Equation. *Symmetry*, 12(4), 638. doi:10.3390/sym12040638
31. Kurkina, O.E., Kurkin, A.A., Ruvinskaya, E.A., Pelinovsky, E.N. and Soomere, T., 2012. Dynamics of Solitons in a Nonintegrable Version of the Modified Korteweg – de Vries Equation. *JETP Letters*, 9(2), pp. 91–95. <https://doi.org/10.1134/S0021364012020051>
32. Nik Ismail, N.N.A., Alias, A. and Harun, F.N., 2020. The Propagation of Nonlinear Internal Waves under the Influence of Variable Topography and Earth’s Rotation in a Two-Layer Fluid. *Fluids*, 5(3), 140. doi:10.3390/fluids5030140
33. Kurkina, O., Ruvinskaya, E., Kurkin, A., Giniyatullin, A. and Pelinovsky, E., 2018. Vertical Structure of the Velocity Field Induced by Mode-I and Mode-II Solitary Waves in a Stratified Fluid. *The European Physical Journal E*, 41(3), 3. <https://doi.org/10.1140/epje/i2018-11654-3>
34. Ruvinskaya, E.A., Kurkina, O.E., Kurkin, A.A. and Naumov, A.A., 2015. Transport of Particles at the Propagation of Breathers of Internal Gravity Waves. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*, 8(3), pp. 53–61 (in Russian).
35. Miramontes, E., Jouet, G., Cattaneo, A., Thereau, E., Guerin, C., Jorry, S. and Droz, L., 2019. Upslope Migrating Sand Dunes in the Upper Slope of the Mozambican Margin (SW Indian Ocean). In: A. Lefebvre, T. Garlan and C. Winter, eds., 2019. *MARID VI. Sixth International Conference on Marine and River Dune Dynamics, 1-3 April 2019, Bremen, Germany*. Bremen: MARUM – Center for Marine Environmental Sciences, University Bremen and SHOM, pp. 169–172. Available at: <https://www.marum.de/Binaries/Binary18548/MARIDVI-Books-of-proceedings.pdf> [Accessed: 01 December 2021].
36. Reeder, D.B., Ma, B.B. and Yang, Y.J., 2011. Very Large Subaqueous Sand Dunes on the Upper Continental Slope in the South China Sea Generated by Episodic, Shoaling Deep-Water Internal Solitary Waves. *Marine Geology*, 279(1–4), pp. 12–18. <https://doi.org/10.1016/j.margeo.2010.10.009>
37. Kawaguchi, Y., Nishino, S. and Inoue, J., 2015. Fixed-Point Observation of Mixed Layer Evolution in the Seasonally Ice-Free Chukchi Sea: Turbulent Mixing due to Gale Winds and Internal Gravity Waves. *Journal of Physical Oceanography*, 45(3), pp. 836–853. doi:10.1175/jpo-d-14-0149.1

About the authors:

Lidīia V. Talalushkina, Junior Research Associate, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev (24 Minin St., Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation), **ORCID ID: 0000-0002-8049-6856**, **AuthorID (RSCI): 981837**, talalushkina.lida@gmail.com

Oksana E. Kurkina, Senior Research Associate, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev (24 Minin St., Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation), Ph.D. (Phys-Math.), Associate Professor, **AuthorID (RSCI): 40952**, **Scopus Author ID: 36676379700**, **ResearcherID WoS: G-9577-2011**, **ORCID ID: 0000-0002-4030-2906**, *oksana.kurkina@mail.ru*

Andrey A. Kurkin, Vice-Rector, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev (24 Minin St., Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation), Dr.Sci. (Phys-Math.), Professor, **AuthorID (RSCI): 35546**, **Scopus Author ID: 7003446660**, **ResearcherID WoS: A-1972-2014**, **ORCID ID: 0000-0003-3828-6406**, *aa-kurkin@gmail.com*

Ayrat R. Giniyatullin, Research Associate, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev (24 Minin St., Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation), Ph.D. (Phys-Math.), **AuthorID (RSCI): 601023**, *ARGiniyatullin@rosatom.ru*

Contribution of the authors:

Lidiia V. Talalushkina – debugging of a computer program for solving the problem, numerical calculations

Oksana E. Kurkina – formulation of the problem, qualitative and quantitative analysis of the results

Andrey A. Kurkin – scientific leadership, critical analysis and revision of the text

Ayrat R. Giniyatullin – selection and analysis of literature, creation of figures, participation in the discussion of the article materials

The authors have read and approved the final manuscript.