

В.С.Кочергин, С.В.Кочергин

*Морской гидрофизический институт РАН, г.Севастополь***ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ И МОЩНОСТИ
ТОЧЕЧНОГО ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ
В КЕРЧЕНСКОМ ПРОЛИВЕ**

В настоящее время вариационные методы ассимиляции и метод сопряженных уравнений активно развиваются и используются для решения океанологических задач. Алгоритмы усвоения данных измерений основаны, как правило, на минимизации квадратичного функционала качества прогноза, характеризующего отклонения модельного решения от данных измерений. Модель переноса пассивной примеси выступает в качестве ограничений на вариации входных параметров. В настоящей работе рассматривается вариационный метод идентификации мощности точечного мгновенного источника загрязнения основанный на решении сопряженных задач и задачи в вариациях. Численные эксперименты проводились с использованием гидродинамической модели Керченского пролива. Полученные поля течений использовались при моделировании переноса пассивной примеси. Численные эксперименты показали, что при использовании вариационных алгоритмов идентификации мощности мгновенного точечного источника достаточно одной итерации. Дополнительные итерации необходимы при идентификации переменных по пространству и времени параметров источника загрязнения. При реализации вариационного алгоритма идентификации в случае зашумленных данных измерений происходит их фильтрация. В целом проведенные численные эксперименты показали надежную работу рассмотренных алгоритмов идентификации мощности источника загрязнения, применительно к модели переноса пассивной примеси в Керченском проливе.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *вариационный метод, идентификация входных параметров, модель переноса, пассивная примесь, распространение загрязнений, ассимиляция данных измерений, Керченский пролив*

doi: 10.22449/2413-5577-2019-3-89-96

Введение. Возрастающая антропогенная нагрузка на акваторию Азово-Черноморского бассейна требует создания систем, позволяющих оперативно оценивать экологическую обстановку в районах, подвергающихся техногенному воздействию. К ним относятся области интенсивного судоходства и строительства коммуникаций различного характера. Поэтому важным и актуальным является решение таких задач мониторинга экологического состояния Азово-Черноморского бассейна в целом и Керченского пролива в частности. Для их решения необходим анализ возможных последствий распространения примесей различной природы, который возможен на основе методов математического моделирования процессов переноса пассивной примеси [1, 2], а также вариационных методов ассимиляции данных измерений [3 – 5]. Последние основаны на минимизации функционалов качества прогноза и решении сопряженных задач. Для реализации таких систем требуется создание математических моделей, описывающих процессы переноса

© В.С.Кочергин, С.В.Кочергин, 2019

Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2019. вып.3. С.89-96.

са и разработки современных алгоритмов идентификации входных параметров модели на основе усвоения данных измерений. Под входными параметрами модели понимаются её коэффициенты, поля скоростей и начальные данные. В работе рассматривается алгоритм идентификации местоположения мгновенного точечного источника загрязнения. Поиск возможного местоположения источника загрязнения осуществляется на основе решения серии сопряженных задач. Кроме этого рассматривается вариационный алгоритм идентификации мощности источника загрязнения. Задача решается для акватории Керченского пролива с использованием модели [2] с постоянной плотностью. Результаты расчетов при различном ветровом воздействии является входной информацией при интегрировании модели переноса пассивной примеси и сопряженной задачи.

Модель переноса. Рассмотрим модель переноса пассивной примеси в σ -координатах

$$\begin{aligned} \frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \end{aligned} \quad (1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad (2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned} \sigma = 0 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q, Q = Q_s \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot \delta(t - 0) \\ \sigma = -1 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

и начальными данными

$$C(0, x, y, \sigma) = 0, \quad (4)$$

где t – время; x_0, y_0 – координаты точечного источника; D – динамическая глубина; C – концентрация примеси; Q – мгновенный точечный источник постоянной мощности; U, V, W – компоненты поля скорости; A_H и K – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно; n – нормаль к боковой границе. Без ограничения общности считаем, что мгновенный точечный источник расположен на поверхности моря. Аналогично решается задача при задании источника на дне и на боковой границе, но для этого необходимы соответствующие изменения в краевых условиях (2 – 3).

Метод сопряженных уравнений. Основы метода заложены в работах [6 – 8] и успешно применяются для решения различных практических задач [9]. Умножая (1) – (4) на C^* и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0, \quad (5)$$

и выбирая C^* как решение следующей сопряженной задачи

$$-\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - \quad (6)$$

$$-D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0,$$

$$\Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = g, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (7)$$

$$t = T: C^* = 0, \quad (8)$$

получим:

$$\int_S Q \cdot C_0^* \cdot dS = \int_S C_T \cdot g \cdot dS, \quad (9)$$

где S – поверхность моря, $g = \delta(t-T) \cdot \delta(x-x_n) \cdot \delta(y-y_n)$, $n = 1, \dots, N$, N – общее количество точек измерений на конечный момент времени. Учитывая представления для Q и g , из формулы (9) имеем:

$$Q_S C_n^*(0, x_0, y_0, 0) = C(T, x_n, y_n, 0), \quad n = 1, \dots, N. \quad (10)$$

Формула (9) аналогична формуле, полученной в методе оценки [10] поля концентрации по различным начальным данным, и является по своей сути двойственным представлением [7] концентрации через мощность и решение соответствующей сопряженной задачи. Отметим, что N сопряженных задач для N точек являются независимыми друг от друга и могут быть реализованы различными исполнителями (процессорами) в параллельном режиме. В случае, если координаты точки выброса (x_0, y_0) подлежат определению, решая N сопряженных задач (6) – (8), можно определить область $\Omega = \cap L_n$, $n = 1, \dots, N$, где L_n – области существенных значений C_n^* . Проведенные численные эксперименты [11] показали, что априорная информация о границах и местоположении пятна загрязнения оказывается важной при идентификации области Ω . Точки (x_i, y_i) на границе пятна загрязнения позволяют значительно сузить область Ω , а использование данных измерений в точках максимальных значений концентрации приводит к улучшению обусловленности решаемой задачи и к более быстрой сходимости итерационного процесса при определении Q_S .

Вариационный алгоритм идентификации. Пусть имеются данные измерений на конечный момент времени, тогда задача их ассимиляции данных измерений $C_T^{изм}$ состоит в минимизации квадратичного функционала

$$I_0 = \frac{1}{2} \left(P(RC - C_T^{изм}), P(RC - C_T^{изм}) \right)_M, \quad (11)$$

где P – оператор восполнения нулями поля невязок прогноза при отсутствии данных измерений, R – оператор проектирования в точки наблюдений,

M – область интегрирования модели на интервале времени $[0, T]$, а скалярное произведение определяется стандартным способом. Минимизация (11) с ограничениями модели (1) – (3) эквивалентна поиску экстремума следующего функционала

$$I = I_0 + \left[\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma}, C^* \right]_{M_t} + \left(\frac{\partial C}{\partial n}, C^* \right)_{\Gamma_t} + (C - C_0, C^*)_M + \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma} - Q_S \cdot \delta(t-0) \cdot \delta(x-x_0) \cdot \delta(y-y_0), C^* \right)_{\sigma^0}, \quad (12)$$

где $M_t = M \times [0, T]$.

Записывая вариацию функционала (12) и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах (5), получим

$$\delta I = (\delta Q_S \cdot \delta(t-0) \cdot \delta(x-x_0) \cdot \delta(y-y_0), C^*)_{\sigma^0}, \quad (13)$$

где C^* – множители Лагранжа, которые выбираются из решения следующей сопряженной задачи

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - \\ & - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \sigma = 0: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (15)$$

$$t = T: C^* = -P(RC - C_T^{uzm}). \quad (16)$$

Из стационарности функционала и определения его градиента имеем

$$\nabla_{Q_S} I = C^*(0, x_0, y_0, 0). \quad (17)$$

Значение мощности источника ищется итерационно

$$Q_S^{n+1} = Q_S^n + \tau \cdot \nabla_{Q_S} I, \quad (18)$$

где τ – итерационный параметр, который может выбираться одним из известных способов, например,

$$\tau = \frac{(P(RC - C_T^{uzm}), PR \delta C)_M}{(PR \delta C, PR \delta C)_M}, \quad (19)$$

где δC – решение соответствующей (1) – (4) задачи в вариациях

$$\begin{aligned} & \frac{\partial D \delta C}{\partial t} + \frac{\partial D U \delta C}{\partial x} + \frac{\partial D V \delta C}{\partial y} + \frac{\partial W \delta C}{\partial \sigma} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial D \delta C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial D \delta C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} \end{aligned} \quad (20)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma: \frac{\partial \delta C}{\partial n} = 0, \quad (21)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

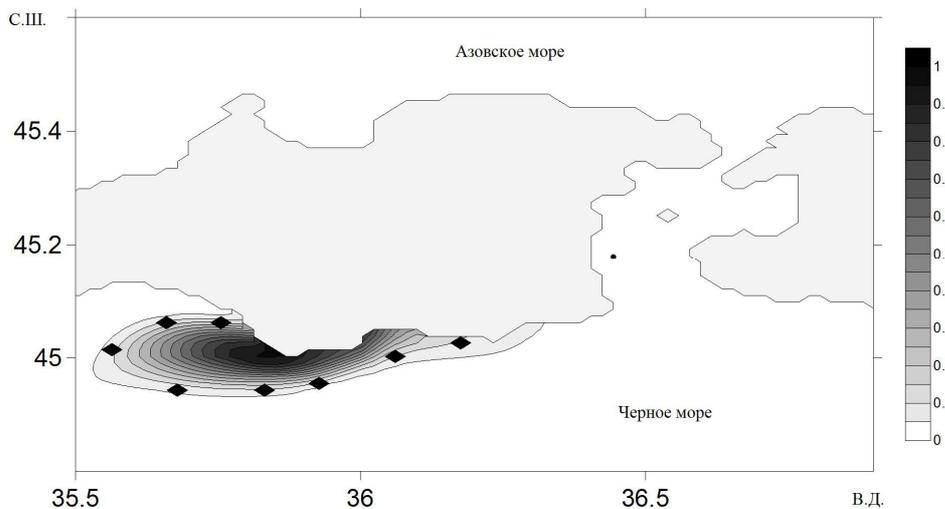
$$\begin{aligned} \sigma = 0: \quad & \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = C^*(0, x_0, y_0, 0) \\ \sigma = -1: \quad & \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (22)$$

и начальными данными

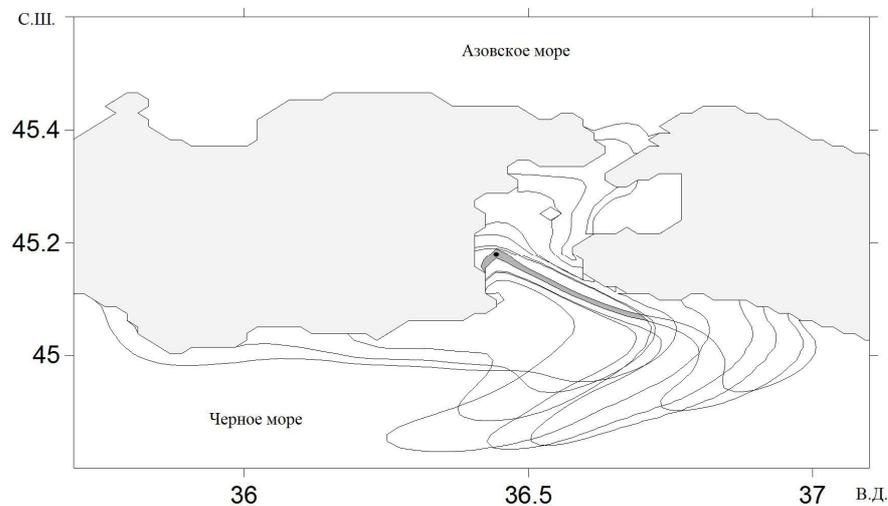
$$\delta C(0, x, y, \sigma) = 0. \quad (23)$$

Результаты численных экспериментов. Численные эксперименты проводились с моделью [2]. Для акватории Керченского пролива был проведен расчет на установление модельного поля течений с постоянным ветром 10 м/с северо-восточного направления. Найденные в результате поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входных параметров при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 суток. По вертикали в модели задана расчетная сетка в σ -координатах с 15-ю горизонтами. Шаг по времени $\Delta t = 240$ с, шаг по пространству $\Delta x = 0,78$ км, $\Delta y = 1,125$ км.

На рис.1 представлен результат численного моделирования распространения пятна загрязнения за 5 суток от мгновенного точечного источника



Р и с . 1 . Источник и модельное поле на конечный момент времени.



Р и с . 2 . Источник возможного загрязнения и область Ω .

единичной мощности, обозначенного на рисунке черной точкой. Изображенное поле концентрации нормировано на его максимальное значение.

Результат моделирования использовался в качестве данных измерений при идентификации значений мощности источника загрязнения. Кроме этого, на рисунке обозначены точки на периферии пятна загрязнения.

Информация о границе ареала распространения загрязнения может быть получена по спутниковой информации. Области L_n изображены на рис.2, а область их пересечения Ω отмечена темно-серым цветом. Из рисунка видно, что местоположение заданного источника принадлежит области Ω . При наличии априорной информации о траекториях прохождения судов или координатах потенциальных стационарных источников, с учетом состава и характера загрязнений, возможно по совокупности информации определить местоположение источника загрязнения. В дальнейшем, зная координаты источника, вариационный алгоритм позволяет по данным измерений определить его мощность. При использовании точных данных и оптимального итерационного параметра для идентификации Q_S достаточно одной итерации [12], а при усвоении зашумленных данных количество данных измерений и их координаты [13] существенным образом влияют на сходимость итерационного процесса.

Численные эксперименты показали возможность идентификации местоположения мгновенного точечного источника загрязнения при помощи решения серии сопряженных задач. Показано, что при такой идентификации полезной информацией являются данные об ореоле распространения примеси. Проведенные численные эксперименты показали надежную работу подхода, основанного на решении сопряженных задач, применительно к модели переноса пассивной примеси в Керченском проливе. Результаты могут быть использованы при изучении воздействия источников загрязнения на экологическую обстановку в Азово-Черноморском бассейне.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме 0827-2018-0004 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей» (шифр «Прибрежные исследования») и частично поддержана грантом РФФИ 18-45-920035.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2008.– 363 с.
2. *Фомин В.В.* Численная модель циркуляции вод Азовского моря // Научные труды УкрНИГМИ.– 2002.– вып.249.– С.246-255.
3. *Malanotte-Rizzoli P., Holland W.R.* Data constraints applied to models of the ocean general circulation. Part II: The transient, eddy-resolving case // *J. Phys. Oceanogr.*– v.18, iss.8.– P.1093-1107.
4. *Yu L., O'Brien J.J.* Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the oceanic eddy viscosity profile // *J. Phys. Oceanogr.*– 1991.– 21.– P.709-719.
5. *Пененко В.В.* Методы численного моделирования атмосферных процессов.– Л.: Гидрометеиздат, 1981.– 350 с.
6. *Марчук Г.И., Скиба Ю.Н.* Численный расчет сопряженной задачи для модели термического взаимодействия атмосферы с океаном и континентами // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.*– 1976.– т.12, № 5.– С.459-469.
7. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1982.– 320 с.
8. *Марчук Г.И.* Основные и сопряженные уравнения динамики атмосферы и океана // *Метеорология и гидрология.*– 1974.– № 2.– С.17-34.
9. *Skiba Y.N., Parra-Guevarra D.* Application of adjoint approach to oil spill problems// *Environmental Modelling and Assessment.*– 2017.– v.22, № 4.– P.379-395.
10. *Кочергин В.С.* Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.*– Севастополь, 2011.– вып.25, т.2.– С.270-276.
11. *Kochergin V.S., Kochergin S.V.* Identification of the parameters of the instantaneous point pollution source in the Azov Sea based on the adjoint method // *Physical Oceanography.*– 2017.– № 1.– P.62-67.
12. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Вариационные алгоритмы идентификации мощности точечного импульсного источника загрязнения // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества.*– 2017.– № 3.– С.62-72.
13. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Идентификация начального поля модели переноса и построение оптимальной схемы измерений // *Экологическая безопасность прибрежных и шельфовых зон моря.*– 2018.– вып.1.– С.58-63.

Материал поступил в редакцию 11.06.2019 г.

V.S.Kochergin, S.V.Kochergin

IDENTIFICATION OF LOCATION AND POWER OF POINT PULSE SOURCE OF POLLUTION IN THE KERCH STRAIT

At present, variational assimilation methods and the method of conjugate equations are actively developed and used to solve oceanological problems. The assimilation algorithms of the measurement data are based, as a rule, on minimizing the quadratic functional of the forecast quality characterizing deviations of the model solution from the measurement data. The passive impurity transfer model acts as a constraint on the variation of input parameters. In this study, we consider a variational method for identifying the power of a point instant source of pollution based on solving conjugate problems and problems in variations. Numerical experiments were carried out using the hydrodynamic model of the Kerch Strait. The obtained flow fields were used to model the transport of passive impurities. Numerical experiments have shown that when using variational algorithms for identifying the power of an instantaneous point source, one iteration is sufficient. Additional iterations are necessary when identifying variables by space and time of the parameters of the pollution source. When a variational identification algorithm is implemented in the case of noisy measurement data, they are filtered. In general, numerical experiments showed the reliable operation of the considered algorithms for identifying the power of a pollution source, as applied to the model of passive admixture transport in the Kerch Strait.

KEYWORDS: variational method, identification of input parameters, transport model, passive admixture, pollution propagation, assimilation of measurement data, the Kerch Strait