

ХАРАКТЕРИСТИКИ НАКАТА ОДИНОЧНЫХ ВОЛН НА БЕРЕГ В БУХТАХ С РАЗЛИЧНОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

В рамках численной длинноволновой модели исследуются характеристики наката одиночных волн в бухтах с U -образной формой поперечного сечения. Представлены оценки влияния параметров волны и геометрии бассейна на высоту наката волн и глубину осушения берега в узких бухтах с треугольной, параболической и прямоугольной формой поперечного сечения. Показано, что увеличение начальной высоты волны и расстояния, пройденного волной до берега, а также уменьшение угла наклона берегового склона приводят к возрастанию крутизны волны, что, в свою очередь, способствует увеличению характеристик наката волн на берег. Наибольшие высоты наката волн на берег наблюдаются в бухтах с треугольной формой поперечного сечения, а в бассейнах с прямоугольным дном характеристики наката наименее чувствительны к изменениям волновых параметров.

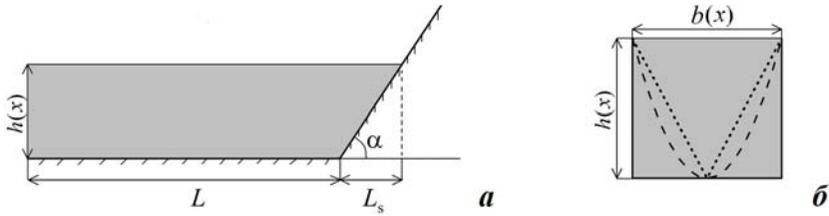
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *нелинейные длинные волны, узкие бухты с U -образной формой поперечного сечения, численное решение, усиление волн, накат волн на берег*

Распространение длинных волн в узких бухтах и заливах может сопровождаться значительными подъемами уровня воды, что, в конечном итоге, может приводить к разрушительному воздействию на берег и затоплению суши. Аналитическому и численному решению задачи о накате волн на плоский откос посвящено немало работ. Некоторые из основных результатов приведены в [1 – 4]. Исследование распространения волн в узких бухтах с U -образной формой поперечного сечения проведено в работах [5 – 9], где установлено, что в таких бухтах происходит усиление волн на берегу, вызванное их геометрической фокусировкой.

В [8, 10] выполнен анализ характеристик наката волн с асимметричным профилем и крутым передним фронтом, что может приводить к аномально большим заплескам на берег. В [10] дано физическое объяснение этого эффекта для случая плоского откоса и показано, что максимальная высота наката волн возрастает с увеличением крутизны переднего склона подходящей к откосу волны, в то время как глубина осушения берега практически не изменяется.

В данной работе в рамках численной длинноволновой модели исследуется влияние нелинейности и крутизны переднего фронта волны на характеристики наката одиночных волн в бухтах с U -образной формой поперечного сечения. Представлены оценки влияния крутизны волны и геометрических параметров бассейна на высоту наката волн и глубину осушения берега в бухтах с треугольной, параболической и прямоугольной формой поперечного сечения.

Математическая постановка задачи. Рассматривается задача о распространении одиночной поверхностной волны в бухте с U -образной формой поперечного сечения с последующим накатом на береговой склон в вершине бухты. На рис.1 изображен модельный бассейн глубиной $h(x)$ и шириной $b(x)$, который состоит из участка постоянной глубины длиной L ,



Р и с . 1 . Геометрия бассейна: изменение глубины вдоль оси бухты (а); форма поперечного сечения (б).

соединенного с наклонным сужающимся участком длиной L_s с уклоном дна α . Рассматривались три формы поперечного сечения бассейна: треугольная, параболическая, прямоугольная.

Для описания распространения волны в бухте использовались нелинейные уравнения длинных волн, осредненные по поперечному сечению бухты [5 – 7]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g \frac{dh}{dx}, \quad \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{mH}{m+1} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где $u = u(x, t)$ – осредненная по поперечному сечению бассейна горизонтальная скорость; t – время; x – продольная координата; g – ускорение свободного падения; $H(x, t) = h(x) + \zeta(x, t)$ – полная (динамическая) глубина бассейна; $\zeta = \zeta(x, t)$ – осредненное вдоль поперечного сечения бухты смещение свободной поверхности моря; m – параметр, определяющий форму поперечного сечения бухты (при $m = 1$ сечение является треугольным, при $m = 2$ – параболическим, при $m = 1000$ – близким к прямоугольному).

Предполагалось, что в начальный момент времени $t = 0$ жидкость находится в состоянии покоя:

$$u = 0, \quad \zeta = 0 \quad (t = 0). \quad (2)$$

На жидкой границе $x = 0$ задавалось условие двух типов.

Первый тип – одиночная волна в форме полусинусоиды:

$$\zeta = a_0 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right), \quad u = \frac{g}{C} \zeta \quad (x = 0, 0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

где T – время прохождения волной сечения $x = 0$, $C = C(0) = \sqrt{gh_0}$ – фазовая скорость волны на входе в бухту.

Второй тип – одиночная волна в форме солитона:

$$\zeta = a_0 \operatorname{sech} h^2 \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{3a_0}{h_0}} \frac{(\lambda - Ct)}{h_0} \right), \quad u = \frac{g}{C} \zeta \quad (x = 0, 0 \leq t \leq T), \quad (4)$$

где $\lambda = 4h_0 \sqrt{h_0 / (3a_0)} \operatorname{arch} \sqrt{20}$ – начальная длина одиночной волны, определяемая как ширина смещения свободной поверхности жидкости на высоте $a_0/20$.

С момента полного входа одиночной волны в бассейн на жидкой границе вместо условий (3) или (4) начинает действовать условие свободного прохождения вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - C \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (x=0, t \geq T). \quad (5)$$

Начально-краевая задача (1) – (5) решалась методом конечных разностей с помощью явно-неявной схемы первого порядка аппроксимации по времени. Процесс затопления-осушения моделировался с применением алгоритма, изложенного в [11]. Расчеты выполнялись на сетке с пространственным разрешением $\Delta x = 0,1$ м и с шагом по времени $\Delta t = 0,01$ с.

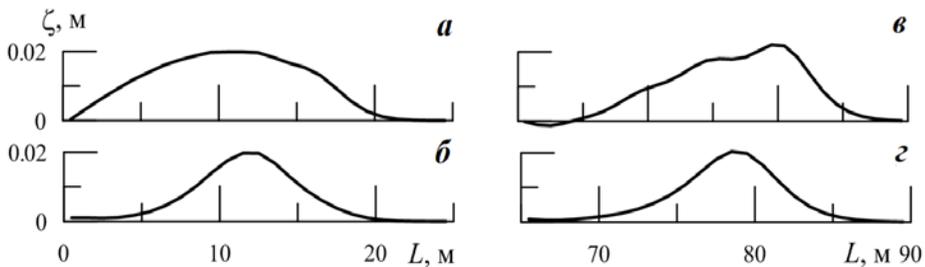
Результаты численных экспериментов. Как показали расчеты, при распространении одиночной волны вида (3) в области постоянной глубины ($0 < x < L$) происходит ее заметная деформация, аналогичная той, которая исследована в работе [12]. Под влиянием нелинейности крутизна профиля волны в области переднего фронта увеличивается со временем, как и показано на рис.2, а, в.

На рис.2 также представлен профиль волны в форме солитона (4) в начале участка постоянной глубины (рис.2, б) и при подходе к подводному склону (рис.2, г). Крутизна волны в данном случае нарастает более медленно, что также было отмечено в работе [8], при этом форма волны практически не меняется.

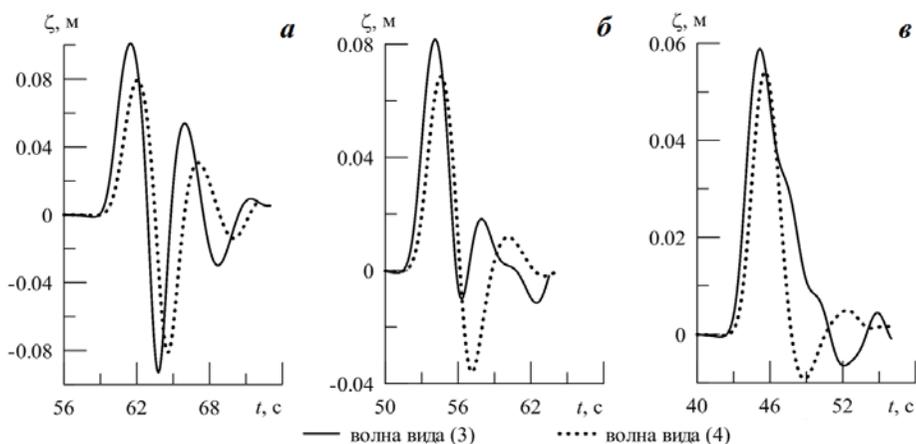
Далее волна распространяется в сужающуюся часть бухты, ее движение продолжается над наклонным дном с уклоном α . При этом высота волны возрастает, а скорость распространения и длина уменьшаются. При взаимодействии волны с наклонным берегом линия уреза воды движется вверх по берегу, достигая максимального подъема свободной поверхности жидкости. Затем происходит движение линии уреза вниз, что сопровождается осушением берега и формированием знакопеременной волны.

На рис.3 для одиночной волны вида (3) показаны вертикальные колебания линии уреза в вершине бухт с различной формой поперечного сечения. Видно, что волна изначально положительной полярности трансформируется на берегу в знакопеременную волну, в которой повышение уровня сменяется опусканием. При одной и той же начальной глубине h_0 амплитуда колебаний линии уреза оказывается наибольшей в бухте с треугольной формой поперечного сечения.

В случае бассейна с прямоугольной формой сечения осушение берега незначительное, а при треугольной форме сечения глубина отката превышает по модулю высоту наката на берег. Подобные качественные оценки были



Р и с . 2 . Форма волны в различные моменты времени при распространении в области постоянной глубины: волна (3) (а) и волна (4) (б) при $t = 8$ с соответственно; волна (3) (в) и волна (4) (г) при $t = 35$ с соответственно.

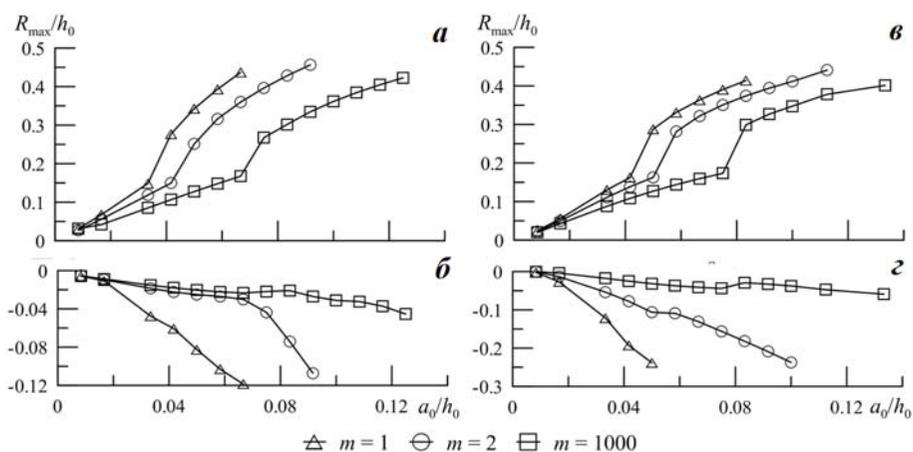


Р и с . 3 . Вертикальные колебания линии уреза в вершине бухты: $m = 1$ (а); $m = 2$ (б); $m = 1000$ (в). Начальная высота волны $a_0 = 0,02$ м, $h_0 = 0,6$ м, $L = 100$ м, уклон берега $k = \text{tg} \alpha = 0,176$.

ранее получены в работе [6]. Однако, как показано ниже, соотношения между высотой наката и глубиной осушения берега могут меняться в зависимости от крутизны волны, об этом будет сказано ниже.

На рис.4 приведены зависимости повышений (R_{\max}) и опусканий (R_{\min}) уровня моря при накате волн на берег в вершине бухты от параметра нелинейности a_0/h_0 для разных значений m . Глубина бассейна h_0 принималась постоянной, изменение параметра a_0/h_0 происходило за счет изменения начальной высоты волны a_0 .

Как видно, при слабой нелинейности ($a_0/h_0 \leq 0,2$) рассчитанные значения близки по величине. С уменьшением площади поперечного сечения бассейна (с уменьшением параметра m) высоты наката волн на берег возрастают с увеличением параметра a_0/h_0 . Такая же тенденция имеет место и для глубины осушения берега. Увеличение высоты наката волны вида (3) от параметра



Р и с . 4 . Зависимости высоты наката волн (а, в) в вершине бухты и глубины отката (б, г) от берега: волна вида (3) (а, б); волна вида (4) (в, г). Параметры бассейна: $h_0 = 0,6$ м, $L = 50$ м, уклон берега $k = \text{tg} \alpha = 0,176$.

нелинейности происходит быстрее, чем в случае волны (4). Это можно объяснить разной скоростью нарастания крутизны переднего фронта для волн вида (3) и (4). Наибольшее значение параметра нелинейности на каждой кривой на рис.4 соответствует началу обрушения волн. В бухте с треугольной формой поперечного сечения крутизна переднего фронта минимальна.

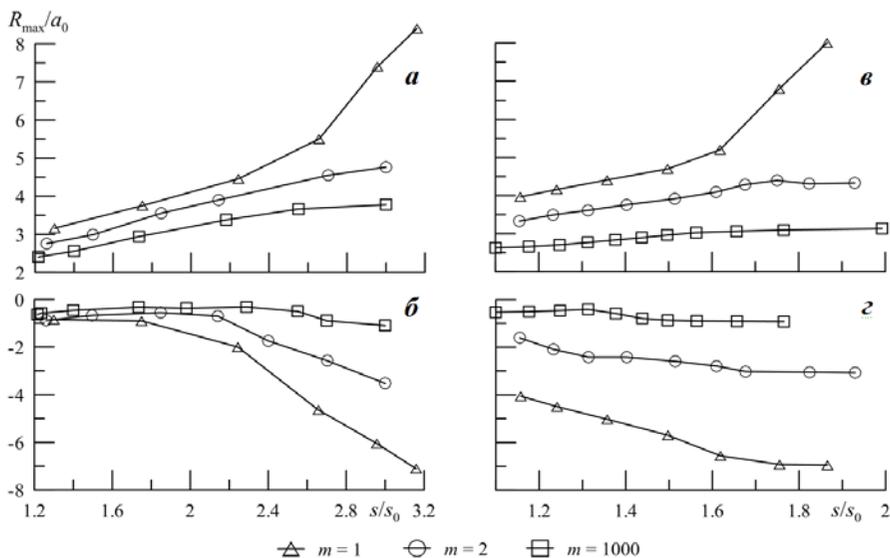
Как показано выше, влияние нелинейности сказывается на увеличении крутизны переднего фронта волны. Максимальная крутизна волны зависит от начальной высоты волны, ее длины, глубины бассейна и расстояния, пройденного волной. Мгновенную максимальную крутизну волны s можно вычислить следующим образом:

$$s(t) = \max_{0 \leq x \leq L} \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (6)$$

Оценим влияние крутизны переднего фронта волны на высоту наката и отката волн на берег. На рис.5 представлены зависимости высоты наката и отката волн от соотношения s/s_0 , где s – крутизна подошедшей к подводному склону волны, s_0 – начальная крутизна волны. Параметр s/s_0 изменялся в зависимости от расстояния L , пройденного волной до подводного склона.

Видно, что вне зависимости от формы волны наблюдается увеличение высоты наката и глубины осушения берега с ростом крутизны волны. При этом наибольшие высоты волн имеют место для бассейна с треугольной формой поперечного сечения. Обрушение солитоноподобных волн происходит при меньшей крутизне волны s , чем в случае волны полусинусоиды.

Сопоставление результатов расчетов показывает, что рост крутизны волны оказывает слабое влияние на понижение уровня моря в бассейнах с прямоугольной формой сечения. Однако в случае увеличения соотношения



Р и с . 5 . Зависимости максимальных высот наката волн на берег (а, в) и глубины отката (б, з) от крутизны волн для бухт с различной формой поперечного сечения: волна (3) (а, б); волна (4) (в, з). Начальная высота волны $a_0 = 0,02$ м, $h_0 = 0,6$ м, уклон берега $k = \operatorname{tg} \alpha = 0,176$.

s/s_0 в бухтах с треугольной формой сечения максимальная глубина отката волны может превысить по модулю высоту наката.

В работе [13] была получена формула для высот наката необрушивающихся волн. В бухтах с различной формой поперечного сечения она выражается следующим образом

$$\frac{R_{\max}}{a_0} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(1+1/m)} \left(\frac{m+1}{m} \right)^{\left(\frac{1}{2m} + \frac{1}{4} \right)} (L_s s)^{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m} \right)}, \quad (7)$$

где крутизна волны вида (3) находится как

$$s = \frac{s_0}{1 - \left(\frac{3m+2}{m} \right) \pi \frac{L a_0}{\lambda h_0}}. \quad (8)$$

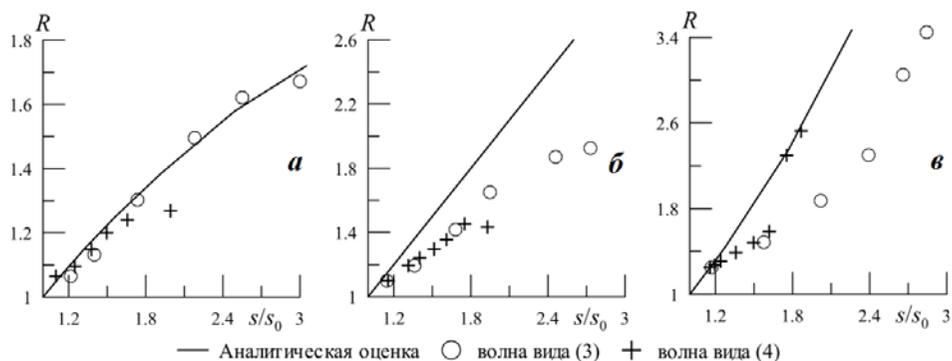
В случае волны вида (4) ее крутизна определяется выражением

$$s = \frac{s_0}{1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{3m+2}{m} \right) \frac{L a_0}{\lambda h_0} \left(\frac{1}{3 + 8a_0/h_0} \right)}. \quad (9)$$

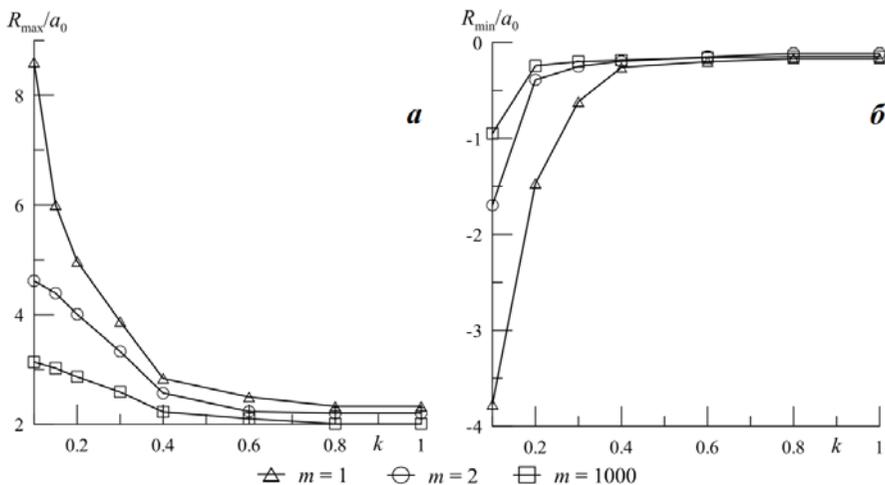
Из (7) следует, что для бухты с треугольной формой поперечного сечения $R_{\max}/a_0 \sim s^{3/2}$, для бухты с параболической формой сечения $R_{\max}/a_0 \sim s$, а в случае прямоугольного сечения бассейна $R_{\max}/a_0 \sim \sqrt{s}$.

На рис.6 приведены аналитические оценки высот наката волн на берег, рассчитанные по формуле (7), и оценки высот наката волн, найденные с помощью численной модели. Здесь $R = R_{\max}/a_0$ на рис.5, нормированный на значение R_{\max}/a_0 при $s/s_0 = 1$.

Как видно, в бассейнах с треугольной и параболической формой поперечного сечения наблюдается превышение значений, найденных аналитически, над численными расчетами. В случае прямоугольного сечения расчеты показывают хорошее соответствие. Таким образом, формула (7) может быть применена для анализа высот наката волн на пологий берег в бассейнах с прямоугольной формой поперечного сечения (или на плоский береговой откос).



Р и с . 6 . Зависимости максимальных высот наката волн на берег от крутизны волны в бухтах с различной формой поперечного сечения: $m = 1$ (а); $m = 2$ (б); $m = 3$ (в). Начальная высота волны $a_0 = 0,02$ м, $h_0 = 0,6$ м, уклон берега $k = \text{tg} \alpha = 0,176$.



Р и с . 7. Зависимости максимальных вертикальных высот наката (*a*) волны вида (3) на берег и глубины отката (*б*) от крутизны берегового склона $k = \text{tg}\alpha$. Начальная высота волны $a_0 = 0,02$ м, $h_0 = 0,6$ м, $L = 50$ м.

Когда волна распространяется по наклонному дну, ее крутизна продолжает расти, что приводит к увеличению амплитуды колебаний линии уреза. При этом угол наклона берега может оказывать сильное влияние на высоту наката волны в бассейне. Представленные на рис.7 максимальные высоты наката и осушения берега получены для бухт с различными углами наклона подводного склона.

Анализ представленных кривых показывает, что в случае достаточно крутых береговых склонов бухт наблюдается слабо выраженная зависимость высоты наката волн на берег и глубины осушения, поскольку максимальная высота волны лишь незначительно превышает высоту отраженной волны от вертикальной стенки ($2a_0$). Для пологих берегов ($\text{tg}\alpha < 0,4$) происходит достаточно резкое возрастание высоты наката, которое усиливается с уменьшением параметра m и в бассейне с треугольной формой поперечного сечения может превышать начальную высоту волны в 8 и более раз. Глубина отката волн от берега также увеличивается с уменьшением угла наклона берегового склона.

Закключение. На основе численной модели в приближении длинных волн исследовались характеристики наката одиночных волн в бухтах с U -образной формой поперечного сечения. Представлены оценки увеличения высоты наката и глубины осушения берега от начальной высоты волны. Показано, что с увеличением крутизны волны возрастает амплитуда характеристик наката волн на берег, причем в бухтах с треугольной формой поперечного сечения это влияние наибольшее, а в бассейнах с прямоугольным дном характеристики наката наименее чувствительны к изменениям волновых параметров. Найденные численно безразмерные оценки высоты наката волн в бухтах различной формы сопоставлены с имеющимися аналитическими оценками, которые хорошо согласуются с данными, полученными для бухты с прямоугольной формой поперечного сечения. Также показано, что в бассейнах с крутыми береговыми склонами высоты наката волн превышают

начальную высоту волны в 2 – 3 раза, а в случае более пологих склонов высоты наката волн могут резко возрастать до 8 и более раз.

Таким образом, крутизна волны растет с увеличением начальной высоты волны и расстояния, пройденного волной до берега, с уменьшением угла наклона берегового склона. Это, в свою очередь, способствует возрастанию характеристик наката волн на берег.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0010 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей на основе современных методов контроля состояния морской среды и грид-технологий».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доценко С.Ф., Санникова Н.К.В. Характеристики наката одиночной поверхностной волны на береговой откос // Доп. НАН України.– 2013.– № 2.– С.86-91.
2. Carrier G. F., Greenspan H.P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // J. Fluid Mech.– 1958.– 4, № 1.– P.97-109.
3. Synolakis C.E. The runup of solitary waves // Ibid.– 1987.– 185.– P.523-545.
4. Li Y., Raichlen F. Solitary wave runup on plane slopes // J. Waterways, Port, Coastal, Ocean Engineering.– 2001.– 127, № 1.– P.33-44.
5. Didenkulova I., Pelinovsky E. Runup of tsunami waves in U-shaped bays // Pure Appl. Geophys.– 2011.– № 168.– P.1239-1249.
6. Garayshin V.V., Harris M.W., Nicolsky D.J., Pelinovsky E.N., Rybkin A.V. An analytical and numerical study of long waves run-up in U-shaped and V-shaped bays // Applied Mathematics and Computations.– 2016.– v.279.– P.187-197.
7. Didenkulova I., Pelinovsky E. Nonlinear wave evolution and runup in an inclined channel of a parabolic cross-section // Phys. Fluids.– 2011.– v.23, № 8.– 086602.
8. Диденкулов О.И., Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н. Накат нелинейно деформированных морских волн на берег бухты параболического сечения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.– 2014.– т.50, № 5.– С.604-611.
9. Базыкина А.Ю., Фомин В.В. Распространение одиночной длинной волны в бухтах с U-образной формой поперечного сечения // Процессы в геосредах.– 2017.– № 2(11).– С.477-484.
10. Didenkulova I.I., Zahibo N., Kurkin A.A., Levin B.V., Pelinovsky E.N., Soomere T. Runup of nonlinearly deformed waves on a coast // Dokl. Earth Sci.– 2006.– 411(8).– P.1241-1243.
11. Kowalik Z. Basic relations between tsunamis calculations and their physics // Sci. Tsun. Hazard.– 2001.– 19, № 2.– P.99-115.
12. Базыкина А.Ю., Доценко С.Ф. Нелинейные эффекты при распространении длинных поверхностных волн в каналах переменного поперечного сечения // Морской гидрофизический журнал.– 2015.– № 4.– С.3-13.
13. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами.– Н. Новгород: ИПФ РАН, 1996. – 276 с.

Материал поступил в редакцию 28.09.2017 г.

A.Yu.Bazykina, V.V.Fomin

RUN-UP CHARACTERISTICS OF THE SOLITARY WAVES ON THE COAST
IN THE BAYS WITH DIFFERENT CROSS-SECTION CONFIGURATIONS

Based on the numerical long-wave model the run-up characteristics of the solitary waves in the bays with an U-shaped cross-sectional shape are investigated. An influence of the wave parameters and basin geometry at the run-up height of waves and the drainage depth of the coast in the narrow bays with a triangular, parabolic and rectangular cross-section is presented. It is shown that an increase of the initial wave height and the distance traveled by the wave to the shore, and a decrease of the slope angle of the coastal slope leads to a growth of the wave steepness, which in turn increases the wave run-up characteristics on the coast. The largest run-up heights of the waves are observed in the basins with a triangular cross-sectional shape, and in basins with a rectangular bottom the run-up characteristics are the least sensitive to changes of the wave parameters.

KEYWORDS: nonlinear long waves, narrow bays with U-shaped cross-section, numerical solution, wave increase, wave run-up on the coast