

В.В.Фомин, Д.И.Лазоренко, Е.В.Иванча

*Морской гидрофизический институт РАН, г.Севастополь***ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙШ В БАЛАКЛАВСКОЙ БУХТЕ**

Изложены результаты исследований сейшевых колебаний в Балаклавской бухте Черного моря с использованием численной гидродинамической модели *ADCIRC* на сетке с пространственным разрешением ~ 10 м. На основе анализа энергетических зависимостей получены периоды первых четырех мод собственных колебаний. Показана теоретическая возможность генерации второй и третьей моды сейшевых колебаний в бухте инфрагравитационными волнами. Рассмотрены особенности пространственного распределения амплитуды сейшевых колебаний для разных мод.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *Балаклавская бухта, сейши, численное моделирование, ADCIRC, неструктурированные сетки*

Введение. Балаклавская бухта представляет собой небольшой фьорд, врезающийся в сушу на 1,5 км. Существует ряд работ по исследованию гидрхимического, гидрологического режимов бухты на основе мониторинговых наблюдений (см. обзор в [1]). Некоторые результаты, касающиеся моделирования циркуляции вод и переноса загрязнений, приведены в [2, 3]. В последнее десятилетие предпринимаются попытки развивать район Балаклавы как курортную зону, включающую стоянки для маломерных судов и марины. В этой связи представляется актуальным исследование сейшевых колебаний в Балаклавской бухте. Как известно, сейши значительно усиливают сгонно-нагонные колебания в бухтах и портах, создавая опасность для береговой инфраструктуры. Также сейши генерируют интенсивные периодические течения, приводящие к опасному для пришвартованных судов явлению тягуна [4].

Следует отметить несколько работ по расчету сейш в Севастопольском регионе [4 – 7]. Что касается Балаклавской бухты, то до настоящего времени публикаций по проблеме сейшевых колебаний нет. В данной работе предпринимается попытка восполнить указанный пробел. В качестве основного инструмента исследований используется численное моделирование.

В общем случае период сейш определяется размером, глубиной и формой бассейна. В качестве ориентировочной оценки периодов сейшевых колебаний в вытянутых полузакнутых бассейнах может быть использована формула Мериана [8]:

$$T_n = \frac{4L}{(2n+1)\sqrt{gh_0}}, \quad (1)$$

где T_n – период собственных колебаний; n – номер моды собственных колебаний; L_0 – характерный горизонтальный масштаб бассейна; h_0 – характерная глубина бассейна; g – ускорение силы тяжести.

В реальных условиях для бассейнов сложной формы и переменной глубины изучение структуры сейш осуществляется преимущественно методами

гидродинамического моделирования. Как правило, нахождение периодов резонансных мод сводится либо к спектральной задаче для эллиптического оператора [5, 9], либо к решению серии нестационарных задач с разными периодами вынужденных колебаний на границе бассейна с последующим сопоставлением полученных энергетических характеристик [10] (этот метод используется в настоящей работе). Также часто применяется более экономичный, но менее точный метод определения резонансных периодов [11 – 13], использующий на входе в бассейн «белый шум» с одинаковой плотностью энергии в заданном диапазоне периодов.

Цель настоящей работы – исследование особенностей сейш в Балаклавской бухте, включающее оценки периодов собственных колебаний и анализ пространственной структуры мод собственных колебаний.

Постановка задачи и метод решения. Рассматривается бассейн переменной глубины $h(x, y)$ с открытой боковой границей, заполненный однородной несжимаемой жидкостью. Искомыми переменными являются: $\eta(x, y, t)$ – уровень воды в бассейне; $U(x, y, t)$, $V(x, y, t)$ – средние по глубине компоненты вектора скорости течений по осям x и y соответственно.

В начальный момент времени $t = 0$ жидкость находится в состоянии покоя. При $t > 0$ на открытой границе бассейна ($y = 0$) начинает действовать периодическое возмущение вида:

$$U(x, 0, t) = 0, \quad V(x, 0, t) = [g/h(x, 0)]^{1/2} \eta(x, 0, t), \quad \eta(x, 0, t) = a_0 \sin \omega t, \quad (2)$$

где a_0 – амплитуда колебаний свободной поверхности; $\omega = 2\pi/T$ – частота колебаний; T – период колебаний.

Ставится задача определить периоды собственных колебаний бассейна $T = T_n$ и изучить для полученных значений T_n структуру полей уровня и течений.

Для решения сформулированной задачи применяется численная гидродинамическая модель *ADCIRC* (*Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries*). Подробное описание модели дано в оригинальных работах [14, 15]. Ниже используется вариант модели, основанный на осредненных по глубине уравнениях движения без учета силы Кориолиса:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_x}{H}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - C_d \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_y}{H}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Здесь $H = h + \eta$ – динамическая глубина; C_d – коэффициент донного трения; Δ – оператор Лапласа по пространственным переменным; A_h – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости; $q_x = UH$, $q_y = VH$ – компоненты вектора полных потоков.

Численный алгоритм модели *ADCIRC* основан на методе конечных элементов, использующем треугольные элементы и линейные базисные функции. Для снижения уровня вычислительного шума при численном ин-

тегрировании системы (3) – (5) уравнение неразрывности (5) представляется в виде т.н. уравнения *GWCE* (*Generalized Wave Continuity Equation*) [15]:

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \tau_0 G = 0,$$

где $G \equiv \partial\eta/\partial t + \partial q_x/\partial x + \partial q_y/\partial y$; τ_0 – некоторый положительный параметр. После некоторых тождественных преобразований уравнение *GWCE* принимает вид

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \tau_0 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

где

$$J_x = -q_x \frac{\partial U}{\partial x} - q_y \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{g}{2} \frac{\partial \eta^2}{\partial x} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_x}{H} + \tau_0 q_x + U \frac{\partial \eta}{\partial t} - gH \frac{\partial \eta}{\partial x},$$

$$J_y = -q_x \frac{\partial V}{\partial x} - q_y \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{g}{2} \frac{\partial \eta^2}{\partial y} - C_d \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{H} + A_h \frac{\Delta q_y}{H} + \tau_0 q_y + V \frac{\partial \eta}{\partial t} - gH \frac{\partial \eta}{\partial y}.$$

Оптимальное значение параметра τ_0 определяется на основе численных экспериментов из условия $1 < \tau_0/\tau_{\max} \leq 10$, где $\tau_{\max} = \max \left| C_d \sqrt{U^2 + V^2} / H \right|$.

Для расчета придонных касательных напряжений трения в уравнениях (3), (4) и (6) применяется аппроксимация коэффициента трения вида $C_d = C_0 \left[1 + (H_b/H)^\alpha \right]^{\beta/\alpha}$, где C_0 – минимальное значение C_d ; $\alpha = 10$ – безразмерный параметр, определяющий скорость роста донного трения, когда глубина больше или меньше глубины обрушения волн $H_b = 1$ м; $\beta = 1/3$ – безразмерный параметр, определяющий как увеличивается донное трение с уменьшением глубины бассейна.

Численное моделирование сейшевых колебаний в Балаклавской бухте проводилось на неструктурированной расчетной сетке из 5972 треугольных ячеек, показанной на рис.1. Размер сторон ячеек составлял ~ 10 м при средней площади ячейки ~ 45 м².

Периоды сейшевых колебаний.

В настоящей работе для определения периодов собственных колебаний T_n решается серия задач с разными значениями T в (2). В процессе решения каждой задачи вычисляется энерги-

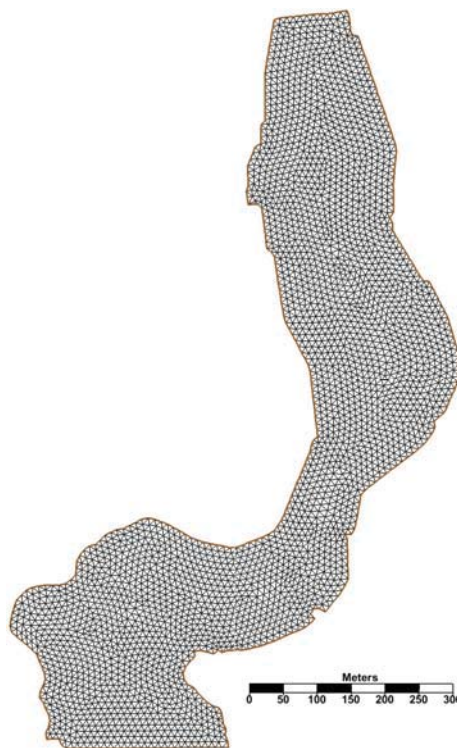


Рис. 1. Конфигурация берегов и расчетная сетка для моделирования сейшевых колебаний в Балаклавской бухте.

ческий функционал вида

$$J(t) = \frac{1}{2S} \iint_S [H(U^2 + V^2) + g\eta^2] dx dy ,$$

где S – площадь поверхности бассейна. Затем для каждого T определяется средняя по времени энергия волновых движений по формуле (t_M – период интегрирования):

$$E = \frac{1}{t_M} \int_0^{t_M} J(t) dt .$$

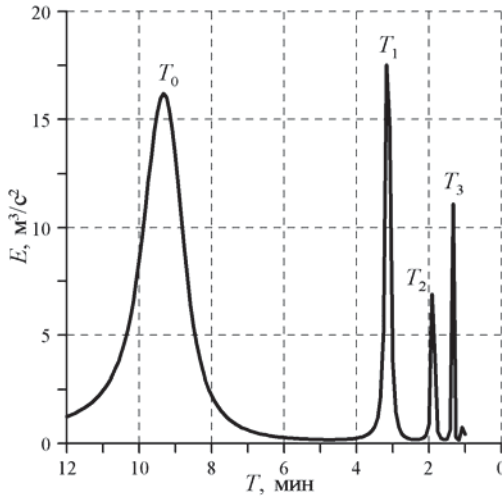


Рис. 2. Зависимость средней волновой энергии E в прямоугольном бассейне постоянной глубины от периода вынужденных колебаний T .

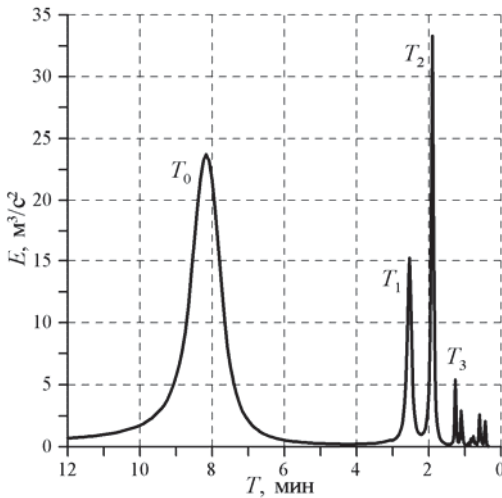


Рис. 3. Зависимость средней волновой энергии E в Балаклавской бухте от периода вынужденных колебаний T .

Далее строится зависимость $E(T)$ и анализируется на предмет наличия локальных максимумов, которые трактуются как совпадения периодов вынужденных колебаний на границе с периодами собственных колебаний бассейна.

Для тестирования описанного выше алгоритма определения T_n рассматривался прямоугольный бассейн размером 1400×200 м постоянной глубины 10 м, что соответствует характерным масштабам Балаклавской бухты.

С целью упрощения интерпретации результатов моделирования использовался квазилинейный вариант модели (не учитывались адвективные операторы в уравнениях (3), (4)). Численное моделирование сейшевых колебаний выполнялось на сетке с размером ячеек ~ 10 м при следующих значениях параметров: $A_h = 2 \text{ м}^2/\text{с}$; $C_0 = 0,0025$; $\tau_0 = 0,005$; $t_M = 6 \text{ ч}$; $a_0 = 0,25 \text{ м}$. Зависимость средней энергии волн E от периода вынужденных колебаний T для прямоугольного бассейна показана на рис.2. Видно, что кривая $E(T)$ имеет четыре локальных максимума, соответствующих первым четырем модам собственных колебаний: $T_0 = 9,4 \text{ мин}$; $T_1 = 3,1 \text{ мин}$; $T_2 = 1,9 \text{ мин}$; $T_3 = 1,3 \text{ мин}$. Как показывают расчеты, с точностью до десятых долей минут полученные T_n

совпадают с результатами расчетов по формуле Мериана (1), что подтверждает работоспособность используемого алгоритма определения резонансных периодов бассейна.

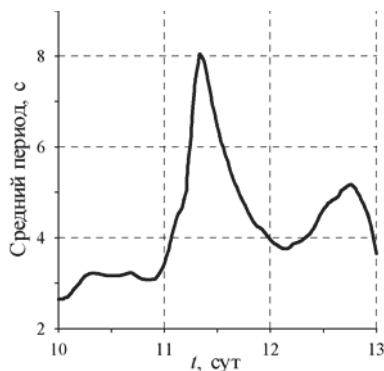
Далее по аналогичному сценарию были проведены оценки периодов собственных колебаний Балаклавской бухты. Использовались те же параметры модели *ADCIRC*, что и для прямоугольного бассейна. Полученный результат представлен на рис.3. На кривой $E(T)$ прослеживается четыре локальных максимума, которым соответствуют следующие периоды собственных колебаний: $T_0 = 8,2$ мин; $T_1 = 2,5$ мин; $T_2 = 1,9$ мин; $T_3 = 1,3$ мин. При этом наибольшая энергия колебаний соответствует периоду T_2 . Вторым по уровню энергии является период T_0 : $E(T_0) \sim 0,7 E(T_2)$. Для двух других периодов: $E(T_1) \sim 0,45 E(T_2)$; $E(T_3) \sim 0,15 E(T_2)$.

Как известно [8], одной из основных причин возникновения сейш в полузамкнутых акваториях являются проникающие из открытого моря инфрагравитационные волны с периодами от 30 с до нескольких минут. Эти волны могут возникать при сильных штормах в открытом море в результате нелинейного взаимодействия ветровых волн. Средний период инфрагравитационных волн τ_{IG} можно оценить через средний период ветровых волн τ по линейной зависимости [16]: $\tau_{IG} = 20\tau - 50$.

На рис.4 приведена зависимость τ от времени на взморье Балаклавской бухты в период 10 – 13 ноября 2007 г., полученная по данным численного моделирования с помощью спектральной модели *SWAN* на сетке с высоким пространственным разрешением с использованием процедуры вложенных сеток. Видно, что 11 ноября средний период ветровых волн достигал 6 – 8 с. С учетом этого, для среднего периода инфрагравитационных волн получается оценка $\tau_{IG} \sim 1,2 - 1,8$ мин, которая находится в диапазоне периодов второй и третьей моды собственных колебаний. Таким образом, генерация сейш в Балаклавской бухте инфрагравитационными волнами теоретически возможна.

Пространственная структура мод собственных колебаний. Пространственная структура и интенсивность собственных колебаний Балаклавской бухты обусловлена ее морфометрическими особенностями – вытянутостью в меридиональном направлении, наличием северной мелководной части, соединенной узостью с южной мористой частью.

Для каждого значения T_n рассчитывалась средняя по времени амплитуда сейшевых колебаний уровня



$$a_n(x, y) = \frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} |\eta(x, y, t)| dt,$$

где для единообразия интервал интегрирования $[0, t_n]$ выбирался таким образом, чтобы для каждой n -ой моды его длина составляла примерно $20 T_n$.

Рис. 4. Зависимость среднего периода ветровых волн τ от времени на взморье Балаклавской бухты во время шторма 10 – 13 ноября 2007 г. по данным спектральной волновой модели *SWAN*.

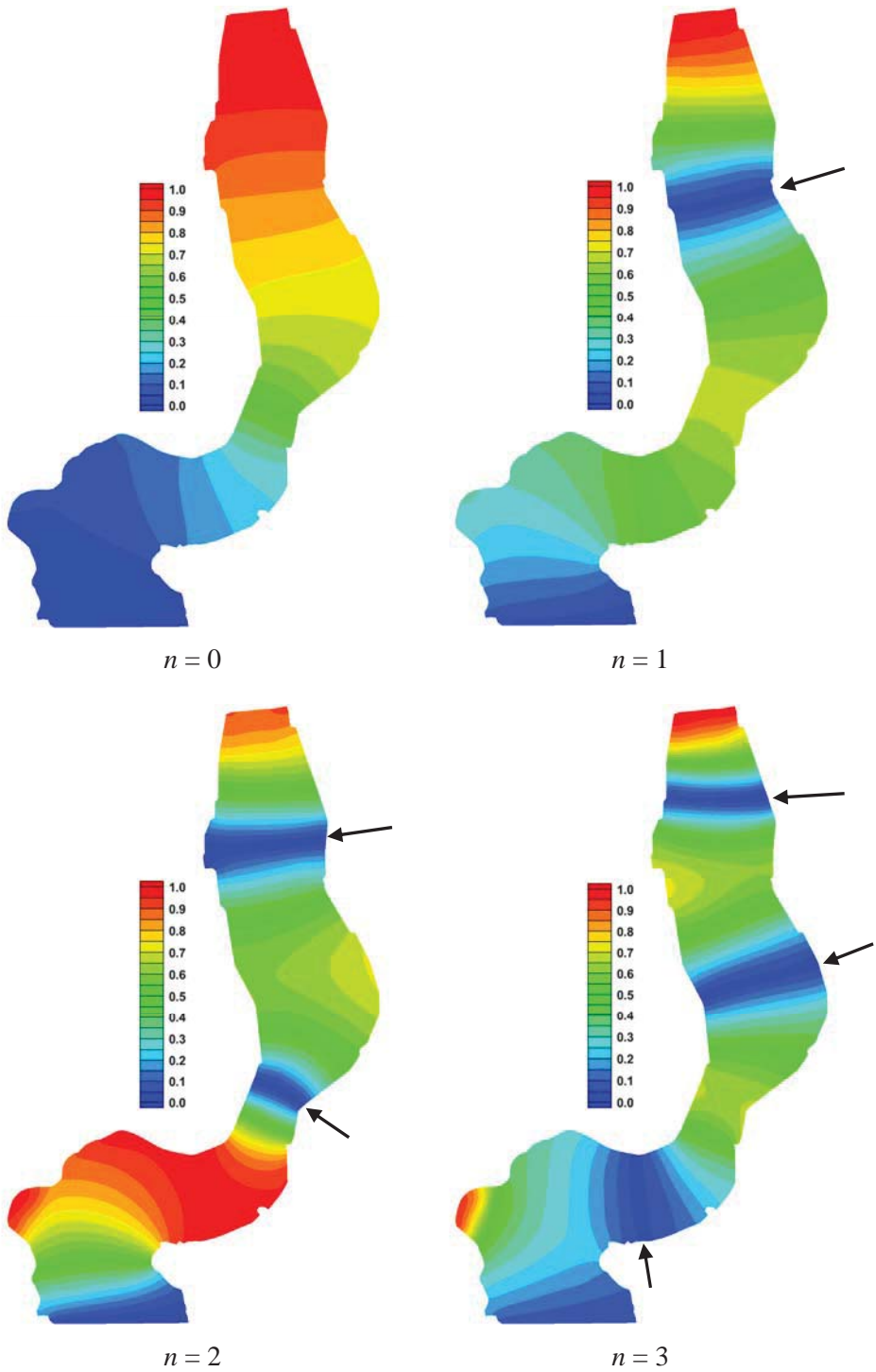


Рис. 5. Пространственное распределение безразмерной амплитуды сейшевых колебаний A_n в Балаклавской бухте для $T_0 = 8,2$ мин; $T_1 = 2,5$ мин; $T_2 = 1,9$ мин; $T_3 = 1,3$ мин. Стрелками показано положение узловых линий; n – номер моды.

На рис.5 представлены нормированные поля амплитуд в Балаклавской бухте $A_n(x, y) = a_n(x, y) / \max_{x, y} a_n(x, y)$ для первых четырех мод, стрелками показано положение зон минимумов (узловых линий). Вследствие сильной вытянутости бухты поля имеют характер продольных сейш. В соответствии с теоретическими представлениями количество узловых линий равно номеру моды. У нулевой моды нет узловых линий, поэтому ее колебания происходят синфазно в пределах всей бухты, их интенсивность монотонно увеличивается по мере продвижения от открытой границы к вершине бухты. Поля остальных мод содержат перемежающиеся области максимумов и минимумов амплитуд. Первая мода имеет узловую линию в северной части бухты, вторая мода содержит одну узловую линию в северной части бухты и одну узловую линию в устье, третья мода имеет две узловые линии в северной части бухты и одну узловую линию в южной части бухты.

На резонансных периодах в бухте происходит существенное увеличение амплитуды колебаний по сравнению с амплитудой колебаний на жидкой границе. Так, по акватории бухты отношение a_n/a_0 в среднем составляет 4,2 для нулевой моды и 7,8 – для второй моды.

Заключение. Выполнено исследование характеристик сейшевых колебаний в Балаклавской бухте Черного моря с использованием квазилинейного варианта численной гидродинамической модели *ADCIRC* на неструктурированной сетке с пространственным разрешением ~ 10 м. На основе анализа энергетических зависимостей получены следующие периоды первых четырех мод собственных колебаний: $T_0 = 8,2$ мин; $T_1 = 2,5$ мин; $T_2 = 1,9$ мин; $T_3 = 1,3$ мин. Наиболее интенсивные колебания возникают при периодах, соответствующих нулевой и второй модам. Показана теоретическая возможность генерации второй и третьей мод сейшевых колебаний в бухте инфрагравитационными волнами.

В качестве развития данного исследования предполагается рассмотреть вопросы, связанные с влиянием нелинейности на периоды и пространственную структуру собственных колебаний Балаклавской бухты.

Благодарности. Исходные коды модели *ADCIRC* любезно предоставлены *Crystal Fulcher (UNC-Institute of Marine Sciences, NC)*. Модельные расчеты проводились на вычислительном кластере Морского гидрофизического института РАН.

Работа выполнялась в рамках НИР МГИ № 0827-2014-0010 «Фундаментальная океанология».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломакин П.Д., Попов М.А. Оценка степени загрязнения и перспектива экологических исследований вод Балаклавской бухты // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2014.– вып.28.– С.195-213.
2. Кубряков А.И., Попов М.А. Моделирование циркуляции и распространение загрязняющей примеси в Балаклавской бухте // Морской гидрофизический журнал.– 2005.– № 3.– С.49-61.
3. Фомин В.В., Репетин Л.Н. Численное моделирование ветровых течений и распространение примеси в Балаклавской бухте // Морской гидрофизический журнал.– 2005.– № 4.– С.43-58.

4. *Балинец Н.А., Хмара Т.В.* Явление тягуна в Севастопольских бухтах // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь, 2006.– вып.14.– С.179-187.
5. *Горячкин Ю.Н., Иванов В.А., Хмара Т.В. и др.* Сейши в Севастопольской бухте // Тр. УкрНИГМИ.– 2002.– вып.250.– С.342-353.
6. *Манилюк Ю.В., Балинец Н.А.* Тягун в портах Черного моря // Метеорология и гидрология.– 2005.– № 9.– С.120-122.
7. *Доценко С.Ф., Иванов В.А.* Природные катастрофы Азово-Черноморского региона.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2010.– 174 с.
8. *Rabinovich A. B.* Seiches and harbor oscillations / Handbook of Coastal and Ocean Engineering.– Singapore: World Scientific Publ., 2009.– P.193-236.
9. *Архипкин В.С., Иванов В.А., Николаенко Е.Л.* Моделирование баротропных сейш в южных морях // Моделирование гидрофизических процессов и полей в замкнутых водоемах и морях.– М.: Наука, 1989.– С.104-117.
10. *Матишов Г.Г., Инжебейкин Ю.И.* Численные исследования сейшевых колебаний уровня Азовского моря // Океанология.– 2009.– 49, № 4.– С.485-493.
11. *Kofoed-Hansen H., Sloth P., Sørensen O.R., Fuchs J.* Combined numerical and physical modelling of seicheing in exposed new marina // Proc. 27-th Intern. Conf. Coastal Engineering, Sydney, Australia, 2000.– P.3600-3614.
12. *Дивинский Б.В., Косьян Р.Д., Куклев С.В.* Параметры ветрового волнения на защищенных акваториях // Фундаментальная и прикладная гидрофизика.– 2010.– № 4 (10).– С.5-16.
13. *Железняк М.И., Демченко Р.И., Дикий П.В. и др.* Численное моделирование резонансных свойств гаваней с помощью нелинейной негидростатической модели SWASH // Математические машины и системы.– 2014.– № 3.– С.78-87.
14. *Luetlich R.A., Westerink J.J., Scheffner N.W.* ADCIRC: an advanced three-dimensional circulation model for shelves coasts and estuaries, report 1: theory and methodology of ADCIRC-2DDI and ADCIRC-3DL, Dredging Research Program Technical Report DRP-92-6.– U.S. Army Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS, 1992.– 137 p.
15. *Luetlich R.A., Westerink J.J.* Formulation and Numerical Implementation of the 2D/3D ADCIRC; 2004. http://adcirc.org/adcirc_theory_2004_12_08.pdf
16. *Бычков В.В., Стрекалов С.С.* Морские нерегулярные волны.– М.: Наука, 1971.– 132 с.

Материал поступил в редакцию 20.03.2017 г.
После доработки 15.04.2017 г.

V.V.Fomin, D.I.Lazorenko, E.V.Ivancha

NUMERICAL SIMULATION OF SEICHES IN THE BALAKLAVA BAY

The seiches oscillations in the Balaklava Bay are numerically simulated using *ADCIRC* hydrodynamic model on a mesh with approximately 10 m spatial resolution. First from four self-oscillation modes are obtained by means of energy dependence analysis. Possibility of generation of second and third seiches oscillations modes by gravity waves in the bay is theoretically demonstrated. Peculiarity of the spatial distribution of seiches oscillations amplitude for the different modes is presented.

KEYWORDS: seiches, numerical simulation, *ADCIRC*, unstructured mesh, the Balaklava Bay