

В.С.Кочергин, С.В.Кочергин

Морской гидрофизический институт РАН, г.Севастополь

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СОПРЯЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИСТОЧНИКОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ В АЗОВСКОМ МОРЕ

На основе метода сопряженных уравнений реализована процедура идентификации местоположения источника загрязнения. Задача решается для мгновенного точечного источника в модели переноса пассивной примеси для акватории Азовского моря. Проведенные численные эксперименты показали надежную работу алгоритма идентификации параметров источника загрязнения применительно к модели переноса пассивной примеси в Азовском море.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *метод сопряженных уравнений, поле концентрации, идентификация источника загрязнения, сопряженная задача*

Введение. Экологическое состояние Азовского моря требует создания систем мониторинга состояния окружающей среды, позволяющей эффективно оценивать обстановку в районах, подвергающихся техногенному воздействию, особенно в областях интенсивного судоходства и строительства коммуникационных систем различного характера. Решение таких задач возможно на основе методов математического моделирования [1] и методов решения обратных задач [2 – 4], когда по данным измерений за счет их усвоения происходит идентификация тех или иных параметров модели. В последнее время вариационные методы ассимиляции и метод сопряженных уравнений активно развиваются и используются для решения океанологических задач [5 – 7]. Алгоритмы усвоения данных измерений основаны, как правило, на минимизации квадратичного функционала качества прогноза, характеризующего отклонения модельного решения от данных измерений. При этом модель переноса пассивной примеси выступает в качестве ограничений на вариации входных параметров. В [8] рассмотрен вариационный алгоритм идентификации мощности источника. В настоящей работе применен метод сопряженных уравнений [9], который позволяет осуществить поиск местоположения источника загрязнения.

Метод сопряженных уравнений. Рассмотрим модель переноса пассивной примеси в σ -координатах

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \quad (1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad (2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned}\sigma = 0: \quad \frac{\partial C}{\partial \sigma} &= Q, Q = Q_S \cdot \delta(t-0) \cdot \delta(x-x_0) \cdot \delta(y-y_0) \\ \sigma = -1: \quad \frac{\partial C}{\partial \sigma} &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

и начальными данными

$$C(0, x, y, \sigma) = 0,\tag{4}$$

где t – время; x_0, y_0 – координаты точечного источника; D – динамическая глубина; C – концентрация примеси; Q – мгновенный точечный источник постоянной мощности; U, V, W – компоненты поля скорости; A_H и K – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно; n – нормаль к боковой границе.

Умножая (1) – (4) на C^* и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0,\tag{5}$$

и выбирая C^* , как решение следующей сопряженной задачи

$$\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} = 0,\tag{6}$$

$$-D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0,$$

$$\Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = g, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0,\tag{7}$$

$$t = T: C^* = 0,\tag{8}$$

получим:

$$\int_S Q \cdot C^* \cdot dS = \int_S C \cdot g \cdot dS,\tag{9}$$

где S – поверхность моря, $g = \delta(t-T) \cdot \delta(x-x_n) \cdot \delta(y-y_n)$, $n = 1, \dots, N$, N – общее количество точек измерений на конечный момент времени. Учитывая представления для Q и g из формулы (9), имеем:

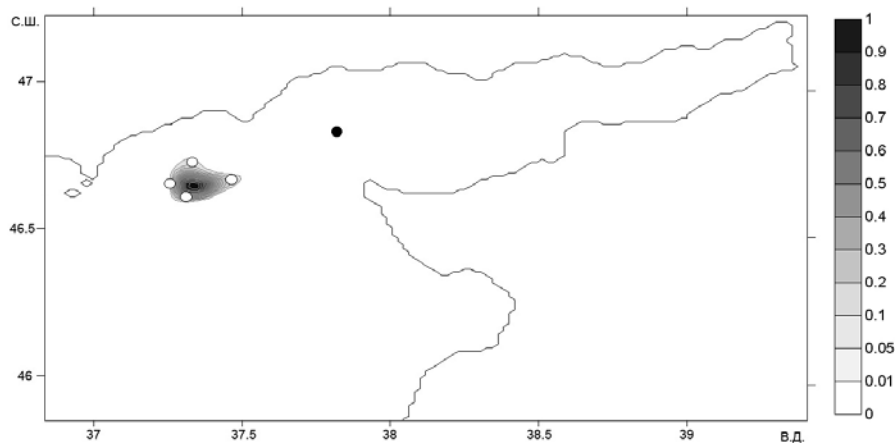
$$Q_S C_n^*(0, x_0, y_0, 0) = C(T, x_n, y_n, 0), \quad n = 1, \dots, N.\tag{10}$$

Формула (9) аналогична формуле, полученной в методе оценки [10] поля концентрации по различным начальным данным, и является по своей сути двойственным представлением [9] концентрации через мощность и решение соответствующей сопряженной задачи. Отметим, что N сопряженных задач для N точек являются независимыми друг от друга и могут быть реализованы в параллельном режиме различными исполнителями (процессорами).

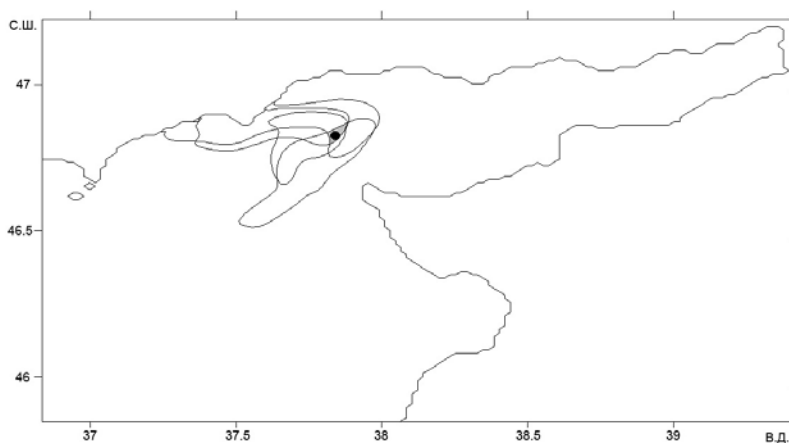
В случае если координаты точки выброса (x_0, y_0) подлежат определению, то решая N сопряженных задач (6) – (8) можно определить область $\Omega = \bigcap L_n$, $n = 1, \dots, N$, где L_n – области существенных значений C_n^* . Решение каждой из реализуемых сопряженных задач (6) – (8) единственно [9]. Истинное местоположение источника загрязнения $(x_0, y_0) \in \Omega$, если задачи решаются при одинаковых входных параметрах. Пусть кроме точки (x_0, y_0)

есть ещё одна (x_1, y_1) , в которой выполняются уравнения системы (10) для любого набора точек $(x_n, y_n) \in S$. Тогда из (10), либо $C^* = \text{const}$, либо $(x_1, y_1) = (x_0, y_0)$. Следует отметить, что в случае, когда сопряженные задачи решаются на интервале времени, не соответствующему истинному промежутку времени, не удастся получить пересечение всех областей L_n для идентификации местоположения источника загрязнения. Проведенные численные эксперименты показали, что априорная информация о местоположении пятна загрязнения и его границах важна при определении области Ω . В качестве такой информации может быть использованы данные, получаемые со спутников. Расположение точек (x_i, y_i) на границе пятна загрязнения позволяет существенно сузить область Ω , а измерения в точках максимальной концентрации приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи определения Q_S . Выбирая $(x_i, y_i) \in \Omega, i = 1, \dots, M$, можно построить M систем для различных координат источника загрязнения. Наилучшая оценка Q_S будет соответствовать истинному положению источника. Для $(x_i, y_i) = (x_0, y_0)$ величины $Q^i_S \approx Q_S$.

Результаты численных экспериментов. Численные эксперименты проводились с использованием модели из работы [1] для акватории Азовского моря. Для тестирования алгоритма идентификации источника был проведен расчет на установление модельного поля течений под воздействием постоянного ветра юго-западного направления со скоростью 10 м/с. В результате моделирования также было получено пространственное распределение коэффициентов A_H и K . Поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входной информации при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 суток. Модельное поле концентрации рассчитывалось при $Q_S = 1$, а результаты расчетов нормировались на максимальное значение. На рис.1 изображено истинное местоположение мгновенного точечного источника, которое обозначено черной точкой. Кроме модельного поля концентрации, на этом рисунке изображены 4 точки измерений. Результат интегрирования четырех сопряженных задач (6) – (8) представлен на рис.2. Соответствующая этим сопряженным задачам область Ω выделена на рисунке серым цветом. Из рис.2 видно, что истинное местоположение источника принадлежит области Ω . Численные эксперименты показали, что результат идентификации существенно зависит от местоположения точек измерений. Наиболее точное воспроизведение истинного значения мощности источника загрязнения получается в случае, когда измерения производятся в области максимальных значений поля концентрации, что приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи. В целом проведенные численные эксперименты показали надежную работу алгоритма идентификации параметров источника загрязнения, применительно к модели переноса пассивной примеси в Азовском море. Результаты могут быть использованы для решения различных задач экологической направленности при изучении воздействия источников загрязнения антропогенного характера в акваториях Азовского и Черного морей.



Р и с . 1 . Местоположение мгновенного точечного источника, нормированное поле концентрации и точки измерений.



Р и с . 2 . Решение сопряженных задач, область Ω и местоположение источника загрязнения.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0010 "Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей на основе современных методов контроля состояния морской среды и гридтехнологий".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2008.– 363 с.
2. *Marchuk G.I., Penenko V.V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Modelling and Optimization of Complex Systems / Ed. by G.I. Marchuk.– Proc. of the IFIP-TC7 Working conf.– NewYork: Springer, 1978.– P.240-252.
3. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Использование вариационных принципов и решения сопряженной задачи при идентификации входных параметров модели

переноса пассивной примеси // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь, 2010.– вып.22.– С.240-244.

4. *Пененко В.В.* Методы численного моделирования атмосферных процессов.– Л.: Гидрометеиздат, 1981.– 350 с.
5. *Агошков В.И., Пармузин Е.И., Шутяев В.П.* Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности её решения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.– 2013.– т.49, № 6.– С.643-654.
6. *Шутяев В.П., Ле Диме Ф., Агошков В.И., Пармузин Е.И.* Чувствительность функционалов задач вариационного усвоения данных наблюдений // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.– 2015.– т.51, № 3.– С.392-400.
7. *Рябцев Ю.Н., Шапиро Н.Б.* Определение начального положения обнаруженных в открытой части моря поверхностных линз пониженной солёности примеси // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь, 2009.– вып.18.– С.141-157.
8. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофизический журнал.– 2015.– № 2.– С.79-88.
9. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1982.– 320 с.
10. *Кочергин В.С.* Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь, 2011.– вып.25, т.2.– С.270-376.

Материал поступил в редакцию 01.12.2016 г.
После доработки 24.05.2017 г.

V.S.Kochergin, S.V.Kochergin

USING THE METHOD OF CONJUGATED EQUATIONS TO IDENTIFICATE THE SOURCES OF POLLUTION IN THE SEA OF AZOV

Based on the method of conjugate equations, the procedure for identifying the location of the source of pollution is implemented. The problem is solved for an instant point source in the passive admixture transport model for the Sea of Azov water area. Numerical experiments have shown reliable operation of the algorithm for identifying the parameters of the source of pollution as applied to the passive admixture transport model in the Sea of Azov.

KEYWORDS: the method of conjugate equations, the concentration field, the identification of the source of pollution, conjugate problem