

В.С.Кочергин, С.В.Кочергин

*Морской гидрофизический институт РАН, г.Севастополь*

**ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ  
НАЧАЛЬНОГО ПОЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСИ  
НА УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ В АЗОВСКОМ МОРЕ**

Рассматривается модель переноса пассивной примеси в Азовском море. На основе метода сопряженных уравнений построены функции влияния начальных данных на среднюю концентрацию примеси. Расчеты проведены на примере двух районов интенсивного судоходства в Азовском море. Произведен анализ пространственной структуры решений сопряженных уравнений при различном ветровом воздействии.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** *сопряженные уравнения, функции влияния, Азовское море.*

Метод сопряженных уравнений, предложенный Г.И.Марчуком для решения задач экологической направленности [1], позволяет оценить среднюю или суммарную концентрацию в заданном районе по начальным данным и решению сопряженной задачи специального вида. Сопряженная задача строится для каждого конкретного случая в зависимости от выбора функционала подлежащего контролю [2 – 5]. В [6] метод сопряженных уравнений применен при реализации алгоритма оценки поля концентрации. При этом решение соответствующей сопряженной задачи фактически является функцией влияния начальных данных на значения выбранного функционала [1]. При помощи решения сопряженных задач можно построить различные функции влияния. Это могут быть функции влияния начальных данных или других входных параметров численного моделирования на контролируемые величины в исследуемом районе. Слежение за уровнем концентрации загрязняющих веществ в Азовском море, моделирование их распространения и трансформации является актуальной задачей в связи с возрастающей антропогенной нагрузкой на экологию региона. Задаче переноса примеси в Азовском море в последнее время уделяется большое внимание [6 – 10]. Настоящая работа посвящена разработке и применению методик основанных на решении сопряженных задач для акватории Азовского моря, позволяющих определять возможные источники загрязнений и оценивать некоторые функционалы характеризующие уровень загрязнения в выбранном районе.

**Модель переноса.** В качестве модели переноса пассивной примеси в Азовском море рассмотрим следующее уравнение в  $\sigma$ -координатах

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\Gamma: \frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad (2)$$

$$\sigma = 0: \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q_S(x, y), \quad \sigma = -1: \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q_B(x, y)$$

и начальными данными

$$C(x, y, \sigma, 0) = C_0(x, y, \sigma), \quad (3)$$

где  $C$  – концентрация примеси;  $U, V, W$  – компоненты поля скорости;  $A_H$  и  $K_H$  – коэффициенты турбулентной диффузии в горизонтальном и вертикальном направлениях;  $D(x, y)$  – динамическая глубина;  $\sigma$  – вертикальная координата ( $\sigma = 0$  на поверхности,  $\sigma = -1$  на дне);  $Q_S(x, y), Q_B(x, y)$  – переменные мощности источника на поверхности и на дне;  $M$  – область интегрирования модели;  $\Gamma$  – граница области  $M$ ;  $M_t = M \times [0, T]$ .

**Сопряженная задача.** Поставим в соответствие (1) – (3) сопряженную задачу

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} = \\ & = D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} + D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma}, \\ & \Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \\ & \sigma = 0, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \\ & C^*(x, y, \sigma, T) = h(x, y, \sigma), \end{aligned} \quad (8)$$

При выводе (8) учтено соотношение

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0. \quad (9)$$

Умножая (1) – (3) на  $C^*$  и интегрируя по частям, с учетом (8) и (9) получим

$$\int_M h C dM = \int_M C_0 C^* dM. \quad (10)$$

Выбираем  $h$  в виде

$$h = \begin{cases} \frac{1}{m(\Omega)} & \text{в области } \Omega \\ 0 & \text{вне области } \Omega \end{cases} \quad (11)$$

где  $m$  – мера некоторой области  $\Omega \in M$ . При этом, в левой части выражения (10) получаем среднюю концентрацию  $\bar{C}_T$  в  $\Omega$  на момент времени  $T$ . Задавая  $h = 1$  в области  $\Omega$  мы в левой части соотношения (10) получаем суммарную концентрацию на конечный момент времени.

**Результаты численных экспериментов.** Численные эксперименты проводились на основе модели [11] для акватории Азовского моря [12 – 13]. На основе баротропной гидродинамической модели были получены поля течений и коэффициенты турбулентной диффузии при различном ветровом воздействии, которые использовались в качестве входной информации при интегрировании модели переноса пассивной примеси. В результате интегриро-

вания сопряженной задачи (8) были построены функции влияния начальных данных на суммарную концентрацию  $\bar{C}$  в области  $\Omega_1$  и области  $\Omega_2$  (рис.1).

При северном ветре на суммарную концентрацию  $\bar{C}$  в области  $\Omega_1$ , оказывают основное влияние область Керченского пролива и порта Темрюк. Известно, что в данном районе преобладают северо-восточные ветра. При таком ветровом воздействии определяющее влияние на  $\bar{C}$  в  $\Omega_1$  оказывает акватория порта Темрюк (рис.2).

При восточных и юго-восточных ветрах основное влияние на  $\bar{C}$  в  $\Omega_1$  оказывает область прохождения судов мористее Керченского пролива. При южном ветре суммарная концентрация в указанной области фактически определяется областью прохождения судов, а при юго-западных ветрах начи-

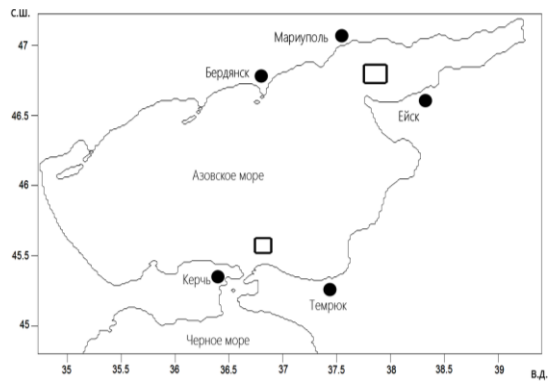


Рис. 1. Области  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в районе Керченского пролива и Таганрогского залива соответственно.

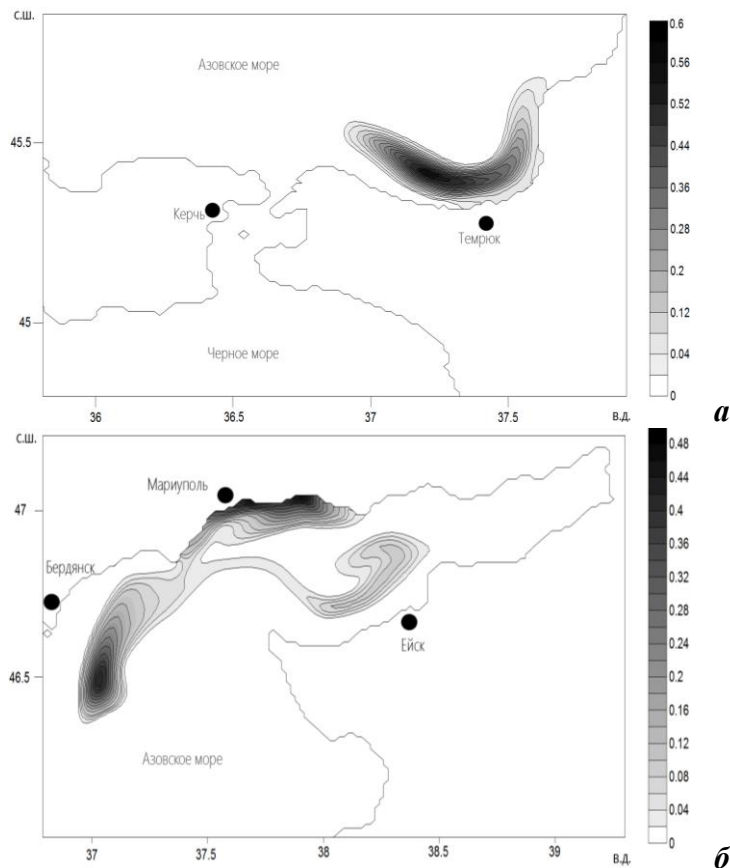


Рис. 2. Функция влияния при северо-восточном ветре для областей  $\Omega_1$  (а) и  $\Omega_2$  (б).

нают оказывать основное влияние сам Керченский пролив с портом Керчь и Азовское побережье Керченского п-ова, которое, наряду с Казантипским заливом, влияют на  $\bar{C}$  в  $\Omega_1$  при западном ветровом воздействии. При северо-западных ветрах на  $\bar{C}$  в  $\Omega_1$  существенное влияние оказывает область, примыкающая к выходу из Керченского пролива в Азовском море.

Другой численный эксперимент был посвящен построению функций влияния начальных данных на суммарную концентрацию в области, расположенной при входе в Таганрогский залив (рис.1). Численные эксперименты показали, что при северном ветровом воздействии на  $\bar{C}$  в  $\Omega_2$ , в основном, оказывает влияние центральная часть Таганрогского залива, а также порты Бердянск, Мариуполь и Ейск. При воздействии преобладающего северо-восточного ветра основное влияние оказывают порты Бердянск, Мариуполь, Ейск и центральная часть Таганрогского залива (рис.3). Восточное ветровое воздействие приводит к тому, что на  $\bar{C}$  в  $\Omega_2$  в большей степени оказывают влияние порт Ейск, а при юго-восточном ветре порт Ейск и область восточного побережья Азовского моря, примыкающая к Бейсугскому заливу. Южные и юго-западные ветра характеризуются тем, что на  $\bar{C}$  в  $\Omega_2$  основное влияние оказывают восточное побережье Азовского моря и центральная часть Таганрогского залива. При западном и северо-западном ветровом воздействии основное влияние на  $\bar{C}$  оказывают акватории портов Мариуполь и Ейск, а также центральная часть Таганрогского залива.

Построенные функции влияния указывают на то, какие районы Азовского моря на данном интервале времени при заданных скоростях течений и коэффициентах турбулентной диффузии ответственны за формирование суммарной концентрации в исследуемой области. Результат обусловлен входными параметрами модели переноса, которые определяются из баротропной гидродинамической модели Азовского моря при заданном ветровом воздействии. При реализации такого алгоритма мы получаем не только оценочные значения контролируемого функционала, но и возможность по пространственной структуре построенных функций влияния и априорной информации о возможных источниках загрязнений, идентифицировать их местоположение и определять интервал времени, на котором решается задача. Задавая различные начальные данные, можно без интегрирования основной модели оценивать интересующие функционалы, характеризующие экологическую обстановку. Таким образом, на основе решения сопряженных задач и построения функций влияния возможна оперативная оценка влияния начальных данных на контролируемые величины концентрации примеси в интересующем районе. Такая информация может оказаться полезной при принятии решений с целью оптимизации антропогенной нагрузки на экосистему Азово-Черноморского бассейна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1982.– 320 с.
2. *Кочергин В.С.* Построение функций влияния для различных районов Черного моря // Системы контроля окружающей среды.– Севастополь: МГИ НАНУ, 2008.– С.275-277.

3. *Кочергин В.С.* Использование функций влияния при решении экологических задач // Системы контроля окружающей среды.– Севастополь: МГИ НАНУ, 2009.– С.205-208.
4. *Демьяшев С.Г., Кочергин С.В., Кочергин В.С.* Построение функций влияния в модели переноса пассивной примеси // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2009.– вып.19.– С.228-233.
5. *Кочергин В.С.* Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2011.– вып.25, т.2.– С.270-376.
6. *Кочергин С.В., Кочергин В.С., Фомин В.В.* Определение концентрации пассивной примеси в Азовском море на основе решения серии сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2012.– вып.26, т.2.– С.112-118.
7. *Кочергин В.С.* Идентификация начального поля концентрации для модели переноса пассивной примеси в Азовском море // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2012.– вып.26, т.2.– С.123-125.
8. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофизический журнал.– 2015.– № 2.– С.79-88.
9. *Иванов В.А., Черкесов Л.В., Шульга Т.Я.* Исследование влияния переменного по пространству и времени ветра на течения, сгонно-нагонные процессы и распространение примеси в Азовском море // Метеорология и гидрология.– 2012.– № 8.– С.69-79. (doi:10.3103/S1068373912080079)
10. *Иванов В.А., Черкесов Л.В., Шульга Т.Я.* Динамические процессы и их влияние на трансформацию пассивной примеси в Азовском море // Океанология.– 2014.– т.54, № 4.– С.464-472. (doi:10.1134/S0001437014030023)
11. *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A description of the three-dimensional coastal ocean circulation model / Three-dimensional coastal ocean models, Heaps N. (ed.), Am. Geoph. Union.– 1987.– v.4.– P.1-16.
12. *Фомин В.В.* Численная модель циркуляции вод Азовского моря // Научные труды УкрНИГМИ.– 2002.– вып.249.– С.246-255.
13. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне моря-суша.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2008.– 363 с.

Материал поступил в редакцию 01.12.2015 г.

V.S.Kochergin, S.V.Kochergin

#### **CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF INFLUENCE FUNCTIONS OF INITIAL IMPURITY CONCENTRATION FIELD ON THE POLLUTION LEVEL IN THE SEA OF AZOV**

The model of passive impurity transport in the Sea of Azov is considered. Using conjugate equations the influence functions of initial data on the average impurity concentration are constructed. Calculations were carried out for two heavy traffic areas in the Sea of Azov as an example. The spatial structure of adjoint equations solutions with different wind action is analysed.

**KEYWORDS:** conjugate equation, influence function, the Sea of Azov.